

Evolving mathematics

Niall Palfreyman, Weihenstephan-Triesdorf University of Applied Sciences

Module 01: Mathematical-physical methods

Thema 06: Was verursacht Änderung?

Zu diesem Kapitel steht auch ein Julia-Workshop zur Verfügung: [0106InertialMotion.jl](#)

ILOs: Nach diesem Kapitel kannst Du ...

- **Relative Bewegung, inertielle Bewegung** und **Kraft** erkennen und definieren.
- **Kontakt-** und **kontaktlose Kräfte** erkennen und definieren.
- **Freikörperdiagramme** erstellen.

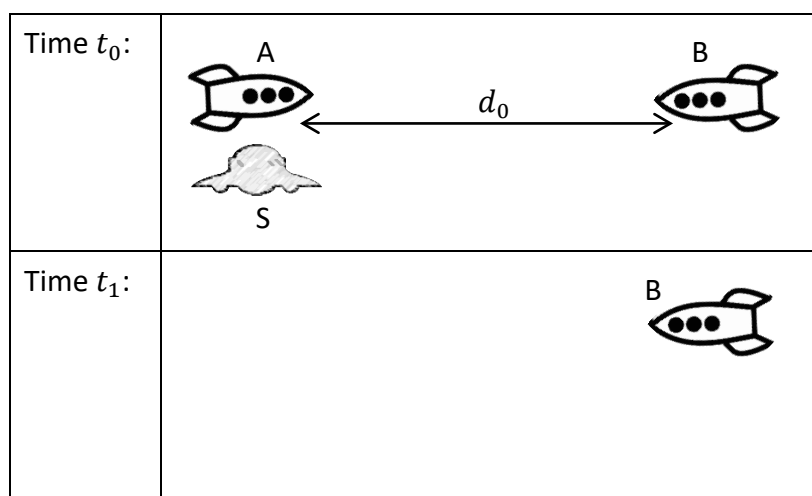
Dekonstruieren: Bearbeite diesen Abschnitt *vorm* Treffen!

Diese vier Konzepte sind zentral für die moderne Physik und ihre Definitionen sind eng miteinander verknüpft:

- Ein **Kausus**, oder eine **Ursache**, ist ein Ereignis, das dazu führt, dass etwas passiert, das sonst *nicht* eingetreten wäre.
- **Relative Bewegung** ist die Geschwindigkeit eines Körpers in Bezug auf einen anderen Körper.
- **Inertielle Bewegung** ist konstante oder gleichförmige relative Bewegung: Die Relativgeschwindigkeit zwischen zwei Körpern ist dann entweder Null oder in Betrag *und* Richtung konstant.
- **Erstes Newtonsches Gesetz**: *Wenn die Summe aller Kräfte auf ein Objekt null ist, bleibt dieses Objekt in seinem aktuellen Ruhezustand oder seiner gleichförmigen Bewegung.* Mit anderen Worten, *Inertielle Bewegung ist der natürliche Zustand aller relativen Bewegungen* zwischen Körpern im Universum. Weichen sie von diesem natürlichen Zustand ab, so *müssen* sie über eine **Kraft** mit etwas interagiert haben.

Was ist relative Position und Verschiebung?

Die Relativität geht von Kants Einsicht aus, dass wir die Welt nie so erkennen können, wie sie eigentlich ist (das Ding an Sich). Wir können immer nur unsere eigenen Beobachtungen und Messungen kennen. So weißt Du zum Beispiel nicht genau, wo Du Dich im Universum befindest; Du weißt nur, wo du relativ zu Berlin oder London oder der Sonne bist.



1. Zwei Raumschiffe bewegen sich aufeinander zu: Ani in Raumschiff A und Ben in Raumschiff B. Zum Zeitpunkt t_0 haben die beiden Raumschiffe eine Entfernung d_0

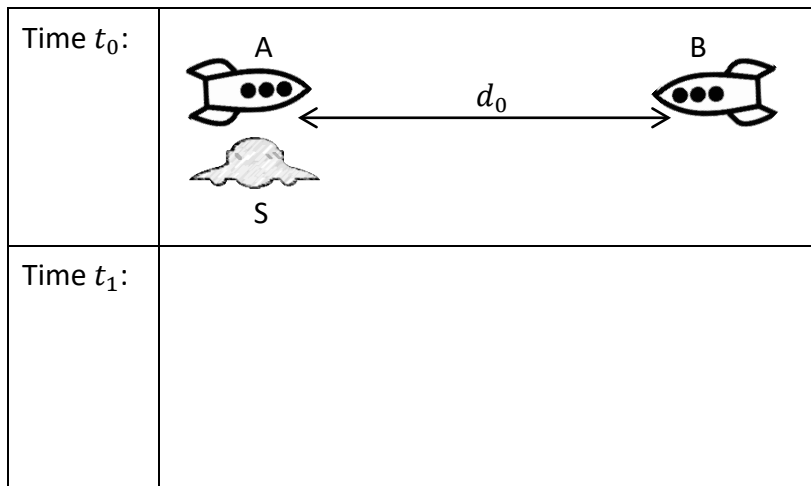
voneinander und Ani schickt eine fliegende Untertasse S auf Ben zu. Zum Zeitpunkt t_1 haben die beiden Raumschiffe einen Abstand d_1 voneinander und die Untertasse erreicht Ben. Das Diagramm zeigt diese Situation zum Zeitpunkt t_0 in Bens Bezugssystem. Skizziere Raumschiff A und Untertasse S an ihren Positionen zum Zeitpunkt t_1 , als Ben sie im Bezugssystem von Raumschiff B misst. *Denke daran, dass in seinem eigenen Bezugssystem Raumschiff B sich nicht bewegt!*

2. Zeichne und beschrifte im Zeichenbereich rechts diese drei Vektoren: $\mathbf{x}_{S,0,B}$ (der Anfangsortsvektor von S im Rahmen von B); $\mathbf{x}_{S,1,B}$ (der endgültige Ortsvektor von S im Rahmen von B); und $\Delta\mathbf{x}_{S,B}$ (die Verschiebung oder Ortsänderung von S im Rahmen von B).

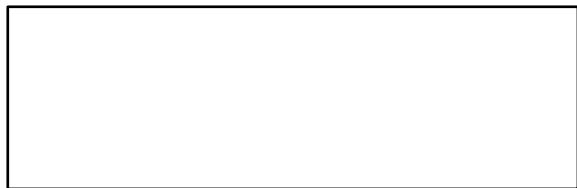


3. Ist der Vektor $\Delta\mathbf{x}_{S,B}$ einem einzelnen Zeitpunkt oder einem Zeitintervall zugeordnet? Begründe!
4. Ist der Vektor $\Delta\mathbf{x}_{S,B}$ mit dem Abstand zwischen zwei Objekten verbunden oder mit der von einem einzelnen Objekt zurückgelegten Distanz? Begründen!
5. Beschreibe, wie Du anhand von $\Delta\mathbf{x}_{S,B}$ die Geschwindigkeit von S im Ben-System berechnen kannst.

6. Dieses Diagramm zeigt wieder die Ausgangssituation zum Zeitpunkt t_0 , diesmal jedoch im Bezugssystem von Ani. Skizziere die Raumschiffe A und B sowie die Untertasse S an ihren Positionen zum Zeitpunkt t_1 , wie Ani sie im Bezugssystem von Raumschiff A vermisst.

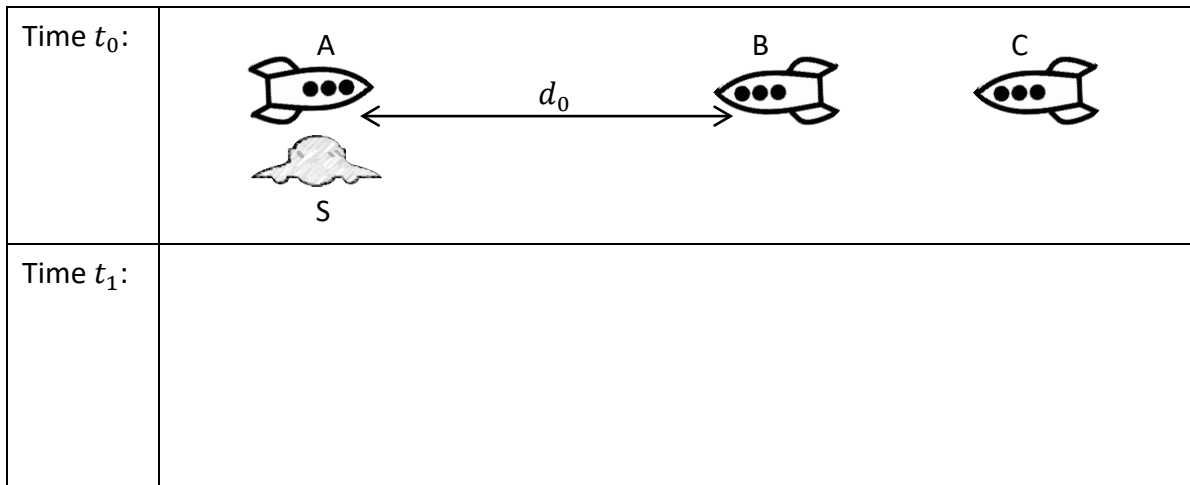


7. Zeichne und beschrifte im Zeichenbereich rechts diese drei Vektoren: $\mathbf{x}_{S,0,A}$ (den Anfangsortsvektor von S im Rahmen von A); $\mathbf{x}_{S,1,A}$ (den endgültigen Ortsvektor von S im Rahmen von A); und $\Delta\mathbf{x}_{S,A}$ (die Verschiebung von S im Rahmen von A).



8. Beschreibe, wie Du mit $\Delta\mathbf{x}_{S,A}$ die Geschwindigkeit von S in Anis Rahmen berechnen kannst.
9. Ist das Tempo $|\mathbf{v}_{S,A}|$ der Untertasse (also der Betrag ihrer Geschwindigkeit) in Anis System *größer, kleiner* oder *gleich* seines Tempos $|\mathbf{v}_{S,B}|$ in Bens Rahmen? Begründen!
10. Erstelle eine Liste der Werte d_0 , d_1 , $|\Delta\mathbf{x}_{S,A}|$ und $|\Delta\mathbf{x}_{S,B}|$ in absteigender Reihenfolge des Betrags. Stelle sicher, dass diese Reihenfolge mit Deinen vorherigen Antworten übereinstimmt.
11. Cathy fliegt Raumschiff C so, dass sie einen konstanten Abstand zu Bens Raumschiff hält. Das Diagramm unten zeigt die Positionen der drei Raumschiffe und der Untertasse zum Zeitpunkt t_0 in Cathys Bezugsrahmen. Skizziere die Positionen der drei

Raumschiffe und der Untertasse zum Zeitpunkt t_1 , wie Cathy sie im Bezugsrahmen des Raumschiffs C misst.



12. Zeichne und beschrifte im Zeichenbereich rechts die folgenden drei Vektoren: $\mathbf{x}_{S,0,C}$ (den Anfangsortsvektor von S im Rahmen von C); $\mathbf{x}_{S,1,C}$ (den endgültigen Ortsvektor von S im Rahmen von C); und $\Delta\mathbf{x}_{S,C}$ (die Verschiebung von S im Rahmen von C).



13. Ist der Betrag $|\Delta\mathbf{x}_{S,C}|$ der Verschiebung der Untertasse in Cathys Rahmen *größer*, *kleiner* oder *gleich* dem Betrag $|\Delta\mathbf{x}_{S,C}|$ der Verschiebung in Bens Rahmen? Begründe Deine Antwort.
14. Stimmt der folgenden Aussage zu oder nicht zu? „Die Verschiebung der Untertasse ist relativ zu Raumschiff C größer als relativ zu Raumschiff B, da sich die Untertasse zum Zeitpunkt t_1 direkt neben Raumschiff B befindet, aber noch weit von Raumschiff C entfernt ist.“ Begründe Deine Antwort.

Wenn zwei Beobachter für alle Verschiebungen den gleichen Wert messen, wie die der fliegenden Untertasse S, dann sagen wir, dass diese beiden Beobachter *den gleichen Bezugsrahmen haben*.

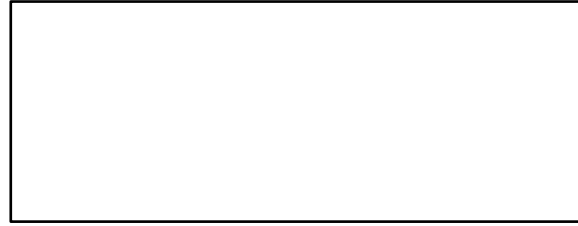
15. Gib an, welche der drei Raumschiffe A, B und C, falls überhaupt, denselben Bezugsrahmen haben. Begründe Deine Antwort.
16. Verallgemeinere nun Deine Antwort auf die vorhergehende Frage: Unter genau welchen Bedingungen haben zwei Beobachter denselben Bezugsrahmen?

Wie zeichne ich ein Freikörper-Kräftediagramm?

Ein richtiges **Freikörper-Kräftediagramm**:

- Enthält ein kleines Rechteck oder einen Punkt, der einen *einzelnen* Körper darstellt;
- *Alle* Kräfte, die auf dieses Objekt wirken, werden als Pfeil mit dem Fuß auf dem Körper angezeigt;
- Das Diagramm enthält *keine* anderen Objekte;
- Es zeigt *keine* Kräfte, die der Körper auf andere Objekte ausübt;
- Wenn Du nicht weißt, wer eine Kraft auf den Körper ausübt, sollte diese Kraft *nicht* im Diagramm erscheinen.

17. Ani und Ben versuchen (erfolglos), eine schwere Kiste über den Boden zu schieben. Ani drückt von links und Ben zieht an einem Seil, das an der rechten Seite der Kiste befestigt ist. Zeichne ein Freikörperdiagramm dieser Situation in den dafür vorgesehenen Zeichenbereich und beschrifte jede Kraft mit einem Buchstaben, der die Art dieser Kraft beschreibt.



18. Alle Kräfte entstehen durch Wechselwirkungen, aber diese können entweder mit Kontakt zu einem anderen Körper verbunden sein oder nicht. Welche Kräfte auf die Kiste erfordern direkten Kontakt zwischen der Kiste und dem Urheber der Kraft?
19. Welche Kräfte auf die Kiste entstehen *nicht* durch direkten Kontakt zwischen der Kiste und dem Urheber der Kraft?
20. Es gibt viele verschiedene Arten von Kräften, zum Beispiel Reibung (F), Zug (T), elektrische Kräfte (F_E), magnetische Kräfte (F_B), Normalkräfte (N) und Gravitationskräfte (W , für weight). Welche davon sind Kontaktkräfte und welche sind kontaktlose Kräfte?
21. Die beiden Studierenden Dominik und Elsie diskutieren das Kistendiagramm; wem stimmst Du zu, falls überhaupt?

Dominik: "Ich denke, das Freikörperdiagramm für die Kiste sollte eine Kraft von Ani, eine Kraft vom Seil und eine Kraft von Ben enthalten."

Elsie: "Ich denke nicht, dass das Diagramm eine Kraft von Ben zeigen sollte – er könnte nur dann eine Kraft auf die Kiste ausüben, wenn er sie berühren würde."

22. Gewöhnlich beschriften wir Kräfte nach ihrem Typ, ihrem Objekt und ihrem Urheber. Wo würden wir beispielsweise die von der Erde auf die Kiste ausgeübte Gravitationskraft mit W_{KE} bezeichnen. Beschrifte jetzt alle Kräfte in Deinem Kistendiagramm und besprich das Diagramm mit Partnern.

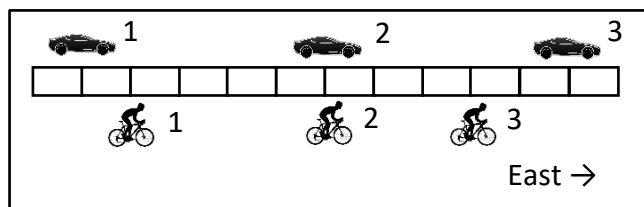
Ressourcen: Überfliege diese Clips und Infos *vorm* Treffen!

- [Ein Kräfterdiagramm zeigt alle Kräfte auf einen einzelnen Körper](#)



Konstruktion: Wir bearbeiten diesen Abschnitt gemeinsam!

Was ist relative Geschwindigkeit?

23. Ein Auto und eine Radfahlerin fahren auf einer geraden Straße. Dieses Diagramm zeigt ihre Position zu den Zeitpunkten 1, 2, 3 getrennt durch gleiche Zeitintervalle. Beschreibe die Bewegung des Autos und der Radfahlerin (d. h. beschreibe ihre Bewegungsrichtung und ob die Bewegung konstant ist, beschleunigt oder verlangsamt).



24. Vervollständige die Tabelle rechts, indem Du das Auto und die Radfahlerin an ihren Positionen zu den Zeitpunkten 2 und 3 einzeichnest, wie sie im Bezugssystem des Autos gemessen werden. Denke daran, dass das Auto sich in seinem eigenen Referenzrahmen im Ruhezustand befindet.

Zeitpunkt 1:					
Zeitpunkt 2:					
Zeitpunkt 3:					

25. Verwende diese Tabelle, um die durchschnittlichen Geschwindigkeitsvektoren für die Radfahlerin im Bezugssystem des Autos während der Intervalle von 1-2 und von 2-3 zu skizzieren.

26. *Im Bezugssystem des Autos:* Bewegt sich die Radfahlerin nach Osten, nach Westen oder befindet sie sich im Ruhezustand?

27. *Im Bezugssystem des Autos:* Beschleunigt, verlangsamt oder bewegt sich die Radfahlerin mit konstanter Geschwindigkeit?

28. *Im Bezugssystem des Autos:* Bewegt sich die Radfahlerin während eines kleinen Zeitintervalls Δt von kurz vor bis kurz nach Zeitpunkt 2 nach Osten, Westen oder bleibt sie im Ruhezustand?

Interval from 1-2:	
Interval from 2-3:	

29. *In unserem Bezugssystem:* Zeigt die Momentangeschwindigkeit des Radfahrers zum Zeitpunkt 2 nach Osten, Westen oder ist sie Null?

30. Stimmt Du den jeweiligen folgenden Aussagen zu oder nicht?

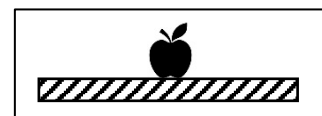
Aussage 1: "Zum Zeitpunkt 2 befinden sich die Radfahlerin und das Auto direkt nebeneinander, sodass die Geschwindigkeit der Radfahlerin im Rahmen des Autos zu diesem Zeitpunkt Null ist."

Aussage 2: "Vor Zeitpunkt 2 holt das Auto die Radfahlerin ein, sodass die Radfahlerin im Rahmen des Autos langsamer wird."

31. Besprich Deine Antworten auf die vorige Frage mit Partnern und Eurer Lehrerin.

Freikörper-Diagramme zeichnen

32. Skizziere im Zeichenbereich rechts ein Freikörperdiagramm für diesen auf einem ebenen Tisch ruhenden Apfel. Beschrifte jede Kraft, um ihren Typ, ihr Objekt und ihren Urheber anzuzeigen. (Denke daran: Ein Freikörperdiagramm enthält nichts außer dem Apfel und den darauf wirkenden Kräften!)



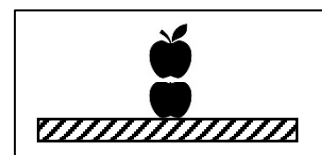
33. Welche Beweise hast Du für die Existenz jeder der Kräfte in Deinem Diagramm?



34. Welche Beobachtung ermöglicht es Dir, die Beträge der auf den Apfel wirkenden Kräfte zu vergleichen?

35. Wie können wir diesen Vergleich zwischen den Beträgen der Kräfte ausdrücken?

36. Jetzt legen wir einen zweiten Apfel auf den ersten. Skizziere in den Zeichenflächen unten für jeden der beiden Äpfel ein Freikörperdiagramm, und beschrifte wieder alle Kräfte in Deinen Diagrammen.



37. Für jede Kraft in Deinen Diagrammen, gib an, welche Kontaktkräfte und welche kontaktlose Kräfte sind.
- | | Diagram for upper apple | Diagram for lower apple |
|--|-------------------------|-------------------------|
| | | |
38. Schau Dir Deine beiden Diagramme an und erkläre, wieso eine Kraft, die in einem Diagramm erscheint, *nicht* im anderen Diagramm erscheinen sollte.
39. Welche Art von Kraft übt der obere Apfel auf den unteren Apfel aus?
40. Wieso ist es *falsch* zu sagen, dass das Gewicht des oberen Apfels auf den unteren Apfel wirkt?
41. Welche Beobachtung ermöglicht es Dir, die Größe der Kräfte auf den oberen Apfel zu vergleichen?
42. Wirken Kräfte auf den *unteren* Apfel, die die gleiche Größe haben wie eine Kraft auf den *oberen* Apfel?
43. Vergleiche das Freikörperdiagramm für den unteren Apfel mit dem Diagramm für den einzelnen Apfel im vorherigen Diagramm. Welche der Kräfte haben sich beim Hinzufügen des oberen Apfels geändert und welche sind gleichgeblieben?
44. Wenn zwei Körper interagieren, üben beide Körper eine Kraft aufeinander aus. Diese beiden Kräfte sind im Betrag gleich und in der Richtung entgegengesetzt; wir bezeichnen sie als Aktions-Reaktions-, oder Drittes Newtonsches Gesetz-Kräftepaare. Welche Aktions-Reaktions-Kräftepaare erscheinen in Deinem Diagramm und auf welches Objekt wirkt jede Kraft in dem Paar?
45. Wir können das Aktions-Reaktions-Paar in unseren Freikörperdiagrammen beschriften, indem wir kleine \times -Symbole auf die entsprechenden Kräfte setzen. Tue dies jetzt: markiere beide Pfeile des ersten Paares als $\text{---}\times\text{---}\rightarrow$, und beide Pfeile des zweiten Paares als $\text{---}\times\times\text{---}\rightarrow$.

Konstruktionsübung: Prüfungsvorbereitung!

Rekonstruiere Deine eigene Lösung zu dieser Aufgabe:

Zeichne Freikörperdiagramme, um die rechts angezeigte Situation darzustellen, in der ein Magnet von einer Schnur hängt, und wiederum ein Eisenstab vom Magnet hängt. (Hinweis: Es sollten drei Kräfte für den Stab und vier Kräfte für den Magneten vorhanden sein). Beschrifte Deine Kräfte vollständig und richtig.

Wie würde sich Dein Diagramm für den Eisenstab ändern, wenn wir den Magneten durch einen stärkeren Magneten ersetzen? Welche Kräfte würden sich ändern und welche würden gleich bleiben?

