Evolving mathematics

Niall Palfreyman, Weihenstephan-Triesdorf University of Applied Sciences

Module 01: Mathematical-physical methods

Thema 12: Impuls wird übertragen, aber nie erzeugt

ILOs: Nach diesem Kapitel kannst Du …

- Erhaltung von Impuls in zwei Dimensionen analysieren;
- Erhaltung der kinetischen Energie bei elastischen Kollisionen analysieren.

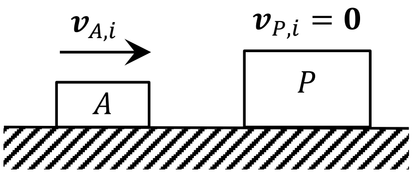
Dekonstruieren: Bearbeite diesen Abschnitt *vorm* Treffen!

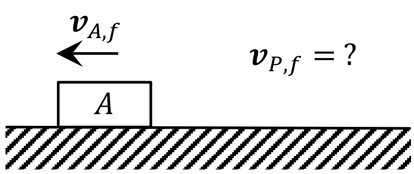
Interaktion ist die Übertragung von Energie oder Impuls zwischen zwei Körpern. Interaktion ist auch die einzige Art und Weise, wie sich der Impuls ändern kann – indem er zwischen interagierenden Körpern übertragen wird.

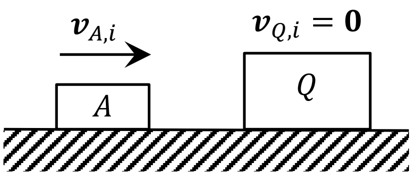
Newton 2: Kraft bestimmt Impulsänderung bei Kollisionen

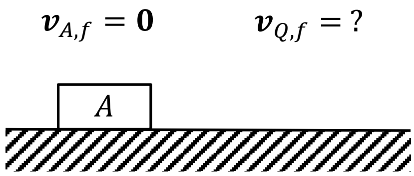
Stelle Dir vor, dass wir zwei Experimente auf einer reibungsfreien Eisoberfläche durchführen:

- **Experiment 1**: Ein Eispuck A mit Masse m gleitet auf einen zweiten Puck P mit Masse $5m$ zu, der auf dem Eis ruht. Nach der Kollision hat Puck A seine Bewegungsrichtung umgekehrt.
- **Experiment 2**: Ein Eispuck A mit Masse m gleitet auf einen zweiten Puck Q mit Masse $5m$ zu, der auf dem Eis ruht. Nach der Kollision befindet sich Puck A im Ruhezustand.

<table>
<tr><th></th><th>Vor der Kollision (initial)</th><th>Nach der Kollision (final)</th></tr>
<tr><td>Experiment 1:</td><td>


</td><td>


</td></tr>
<tr><td>Experiment 2:</td><td>


</td><td>


</td></tr>
</table>

1. Welche Unterschiede zwischen den Pucks P und Q könnten deren Verhaltensunterschiede während der Kollisionen erklären?
2. Für Experiment 1 zeichne und beschrifte separate Freikörperdiagramme für Puck A und Puck P zu einem Zeitpunkt *während* der Kollision (d. h. während die Pucks miteinander in Kontakt sind):

Freikörperdiagramm für Puck A	Freikörperdiagramm für Puck P

3. Wie vergleicht sich die Nettokraft auf Puck A mit der Nettokraft auf Puck P, während die Pucks in Kontakt sind? Besprich sowohl Betrag als auch Richtung.
4. Wie würde sich dieser Vergleich, wenn überhaupt, ändern, wenn Du einen anderen Zeitpunkt wählen würdest, während die Pucks noch in Kontakt sind? Erklären.
5. Denke an das kleine Zeitintervall Δt_c, während die beiden Pucks noch miteinander in Kontakt sind. Wie vergleicht sich das Produkt $\boldsymbol{F}_{net,A}\ \Delta t_c$ für die beiden Pucks mit dem Produkt $\boldsymbol{F}_{net,P}\ \Delta t_c$? Diskutiere Betrag und Richtung.
6. Wende Newton 2 ($\boldsymbol{F}_{net} = \Delta\boldsymbol{p}/\Delta t$) auf jeden der kollidierenden Pucks in Experiment 1 an, um die Impulsänderung (($\Delta\boldsymbol{p}$) für jeden der Pucks A und P während der Kollision zu vergleichen. Diskutiere Betrag und Richtung.
7. Zeichne und beschrifte in den folgenden Zeichenbereichen Vektoren, um den *Anfangsimpuls* ($\boldsymbol{p}_{A,i}$), den *Endimpuls* ($\boldsymbol{p}_{A,f}$) und die *Impulsänderung* ($\Delta\boldsymbol{p}_A$) von Puck A in jedem der beiden Experimente 1 und 2:

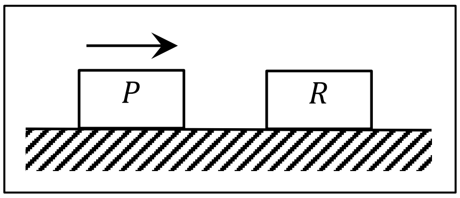
Experiment 1: $\boldsymbol{p}_{A,i}$, $\boldsymbol{p}_{A,f}$ und $\Delta\boldsymbol{p}_A$	Experiment 2: $\boldsymbol{p}_{A,i}$, $\boldsymbol{p}_{A,f}$ und $\Delta\boldsymbol{p}_A$

8. Ist die Impulsänderung von Puck A in Experiment 1 *größer*, *kleiner* oder *gleich* der Impulsänderung von Puck A in Experiment 2? Begründe.
9. Ist die Impulsänderung von Puck P in Experiment 1 *größer*, *kleiner* oder *gleich* der Impulsänderung von Puck Q in Experiment 2? Begründe.
10. Ist das Tempo des Pucks P nach den Kollisionen *größer*, *kleiner* oder *gleich* der Geschwindigkeit des Pucks Q? Begründe.
11. Stimmst Du der folgenden Aussage einer Studierenden über das Endtempo der Pucks P und Q zu oder nicht zu? Begründe:

    "*In Experiment 2 überträgt Puck A seinen gesamten Impuls auf Puck Q, während Puck A in Experiment 1 noch etwas Impuls übrig hat, so dass Puck P nicht so viel bekommt. Daher hat Puck Q ein größeres Endtempo als Puck P.*"

Newton 2+3: Nettoimpuls ist vor und nach einer Kollision gleich

In einem neuen Experiment (siehe Abbildung rechts) gleitet unser alter Freund Puck P über das Eis direkt auf einen anderen Puck R zu.

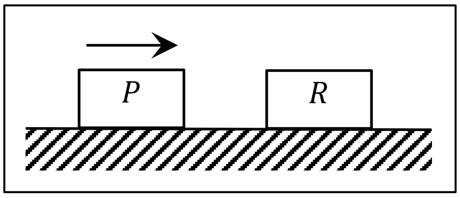


12. Angenommen, R kann sich frei bewegen und P prallt zurück, nachdem es mit R kollidiert ist Zeichne in den darunter liegenden Zeichenbereichen separate Freikörperdiagramme

für jeden Puck und auch für das gesamte System S bestehend aus beiden Pucks zu einem Zeitpunkt während der Kollision:

Free-body diagram for P	Free-body diagram for R	Free-body diagram for S

13. Welche Kräfte in Deinen Freikörperdiagrammen für Puck P und Puck R haben keine entsprechenden Kräfte im Freikörperdiagramm für S?
14. Den ***Impuls eines Systems*** aus mehreren Komponenten definieren wir als Summe der Impulse der einzelnen Komponenten. Verwende diese Definition, um einen Ausdruck für die Impulsänderung des Systems S in Form der Impulsänderung von Puck P und Puck R aufzuschreiben.
15. Ändert sich der Impuls jedes der folgenden Elemente während der Kollision: Puck P, Puck R und System S? Erkläre, woher Du das weißt.
16. Stimmen Deine Antworten mit Deinen Freikörperdiagrammen und der jeweiligen Richtung der Nettokraft überein? Wenn nicht, behebe alle Inkonsistenzen.
17. Wie, wenn überhaupt, würde Deine Antwort auf die Impulsänderung von System S anders ausfallen, wenn wir Puck R durch einen viel massiveren Puck ersetzen würden? Begründe.
18. In unserem nächsten Experiment (siehe Abbildung rechts) befestigen wir den Puck R auf der Eisfläche. Puck P gleitet über das Eis, dann prallt P nach der Kollision mit R mit der gleichen Geschwindigkeit zurück, die er vor der Kollision hatte. Zeichne in den darunter liegenden Feldern separate Freikörperdiagramme für jeden Puck und für das gesamte System S bestehend aus beiden Pucks zu einem Zeitpunkt *während* dieser Kollision:



Freikörperdiagramm für P	Freikörperdiagramm für R	Freikörperdiagramm für S

19. Erkläre, wie Deine Freikörperdiagramme die Tatsache widerspiegeln, dass der Puck R fixiert ist.
20. Ändert sich der Impuls jedes der folgenden Elemente während der Kollision: Puck P, Puck R und System S? Erkläre, woher Du das weißt.
21. Denke nun an diese beiden Experimente mit den Pucks P und R. Wenn sich der Impuls eines Objekts oder Systems nicht änderte, wirkten *äußere Kräfte* darauf?
22. Wenn sich der Impuls eines Objekts oder Systems nicht änderte, wirkte eine *Nettokraft* auf das Objekt oder System?
23. Wenn sich der Impuls eines Objekts oder Systems von Objekten mit der Zeit nicht ändert, sagen wir, dass der Impuls des Objekts oder Systems ***erhalten*** bleibt.

Angesichts der Ergebnisse aus den beiden vorherigen Experimenten, unter genau welchen Bedingungen bleibt der Impuls eines Objekts oder Systems erhalten?

24. Zwei Studierende diskutieren das zweite Experiment, bei dem der Puck R fixiert wird. Beschreibe den Fehler in der Aussage jeder Studierenden:

    Studierende 1: "*Wenn ein Objekt auf ein anderes trifft, bleibt der Impuls des Systems immer erhalten*."

    Studierender 2: "*Das ist richtig, der Impuls von Puck P ist vor und nach der Kollision gleich*."

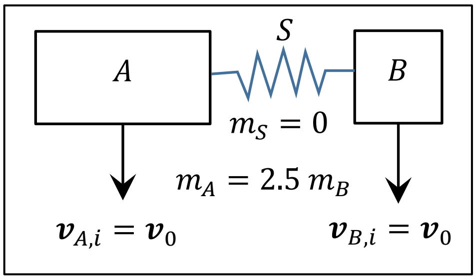
Ressourcen: Überfliege diese Clips und Infos *vorm* Treffen!

- [Impuls wird auch in mehreren Dimensionen erhalten]
- [Gesamte kinetische Energie wird nur bei elastischen Kollisionen erhalten!]

Konstruktion: Wir bearbeiten diesen Abschnitt *gemeinsam*!

Newton 2: Kraft bestimmt Impulsänderung bei Wechselwirkungen

Kommen wir nun zu Körpern, die nicht kollidieren, sondern miteinander interagieren, zum Beispiel über ein elektrisches Feld. Eine Feldwechselwirkung zwischen zwei Körpern ist wie eine Feder ohne Masse, die die beiden Körper verbindet. Um diese Situation zu untersuchen, schaue das Diagramm rechts an. Dies ist eine Ansicht von oben auf zwei Blöcke, die durch eine masselose Feder verbunden sind und auf einer ebenen, reibungslosen Eisfläche gleiten.



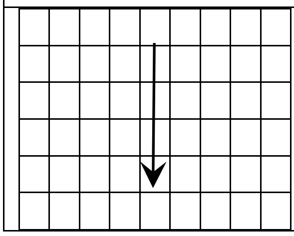
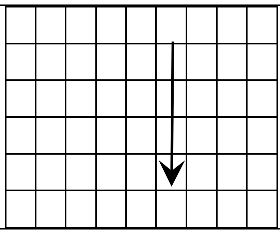
In unserem Experiment ziehen wir die beiden Blöcke leicht auseinander, so dass die Feder gedehnt wird, und schieben sie, während wir sie auseinanderhalten, mit identischen Anfangsgeschwindigkeiten *nach unten* im Diagramm – also in Richtung rechtwinklig zur Feder. Dann lassen wir beide Blöcke gleichzeitig los. Die Masse von Block A ist zweieinhalb mal der Masse von Block B: $m_A = 2.5\, m_B$.

25. Zeichne in den unteren Feldern separate Freikörperdiagramme für jeden Block und auch für die Feder, unmittelbar nachdem wir sie losgelassen haben. Zeichne getrennt die *Vertikalkräfte* (also senkrecht zur Tischplatte) und die *Horizontalkräfte* (parallel zur Tischplatte) getrennt ein. Beschrifte all diese Kräfte eindeutig.

Freikörperdiagramm Block A	Freikörperdiagramm: Feder	Freikörperdiagramm Block B
Vertikalkräfte	Vertikalkräfte	Vertikalkräfte

Horizontalkräfte	Horizontalkräfte	Horizontalkräfte

26. Identifiziere alle Aktions-Reaktions-Kräftepaare in Deinen Diagrammen, indem Du sie mit ×-Symbolen versiehst.
27. Sortiere alle *Horizontalkräfte* in Deinen Diagrammen der Größenordnung nach. Falls zwei von ihnen den gleichen Betrag haben, gib dies explizit an. Erkläre, wie die Newtonschen Gesetze Dir bei dieser Sortierung helfen.
28. Wie vergleicht sich die Nettokraft auf Block A mit der Nettokraft auf Block B? Diskutiere sowohl Betrag als auch Richtung.
29. Gilt Dein Vergleich der Nettokräfte auf die Blöcke für alle Zeitpunkte weiterhin wahr, nachdem wir die Blöcke freigegeben haben? Erkläre Deine Argumentation.
30. Die ersten beiden Diagramme unten zeigen die Geschwindigkeitsvektoren für die Blöcke A und B unmittelbar *vorm* Loslassen. Zeichne einen Vektor für die Geschwindigkeits*änderung* jedes Blocks über ein kurzes Zeitintervall Δt, *nachdem* wir sie losgelassen haben:

$\boldsymbol{v}_{A_i}$	$\boldsymbol{v}_{B_i}$	$\Delta\boldsymbol{v}_A$	$\Delta\boldsymbol{v}_B$
			

31. Erkläre, wie Du mit Hilfe von Newton 2 und der Definition der Beschleunigung die Richtungen der Geschwindigkeitsänderungsvektoren ermitteln kannst.
32. Um welchen Faktor ist der Betrag Δv_B größer als der Betrag Δv_A? Begründe.
33. Wie ist $m_B\ \Delta\boldsymbol{v}_B$ im Vergleich zu $m_A\ \Delta\boldsymbol{v}_A$ während dieses kleinen Zeitintervalls?
34. Wäre dieser Vergleich anders, wenn wir ein späteres, ebenso kleines Zeitintervall betrachten würden?
35. Wäre dieser Vergleich anders, wenn wir ein längeres Zeitintervall betrachten würden? Begründe.
36. Verwende das, was Du über Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsänderungen herausgefunden hast, um Impulsvektoren und Impulsänderungsvektoren für die Blöcke zu konstruieren. Zeichne auch einen endgültigen Impulsvektor für jeden Block, der demselben kleinen Zeitintervall wie oben entspricht. Stelle sicher, dass die Längen Deiner Pfeile den Vektorbeträgen entsprechen:

$\boldsymbol{p}_{A_i}$	$\boldsymbol{p}_{B_i}$	$\Delta \boldsymbol{p}_A$	$\Delta \boldsymbol{p}_B$	$\boldsymbol{p}_{A_f}$	$\boldsymbol{p}_{B_f}$

37. Erkläre den Zusammenhang zwischen diesen Diagrammen und der Idee der Impulserhaltung.

Newton 2+3: Der Nettoimpuls bleibt während jeder Interaktion gleich

In diesem Abschnitt untersuchen wir nochmal das System des vorherigen Abschnitts, bestehend aus zwei Blöcken A und B, die über eine Feder S zwischen ihnen interagieren. Wir werden dieses gesamte System „System C “ nennen.

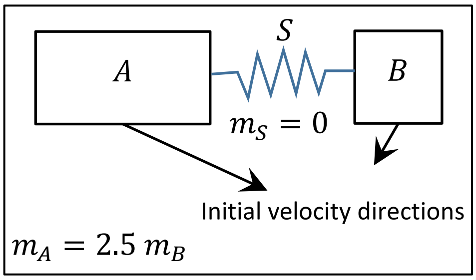
38. Wie groß ist die *Nettokraft*, die auf das System C wirkt?
39. Schaue Dir Deine Freikörperdiagramme der drei Komponenten des Systems C an. Welche Kräfte in diesen Diagrammen sind *interne Kräfte* des Systems C?
40. Schreibe eine Gleichung für den Impuls des Systems C in Bezug auf die Impulse seiner Komponenten.
41. Vergleiche den Impuls von System C *unmittelbar* nachdem wir die Blöcke losgelassen haben, mit dem Impuls von System C zu folgenden Zeitpunkten:
    - *Kurze* Zeit später, wenn sich die Impulse der Blöcke um die oben berechneten Beträge geändert haben;
    - Viel *länger* später.
42. Verallgemeinere Deine Ergebnisse, um die folgende Frage zu beantworten: Unter welcher Bedingung bleibt der Impuls eines Systems erhalten?
43. Stelle Dir vor, wir ersetzen System C durch ein einzelnes Objekt mit derselben Masse, dessen Impuls immer genau gleich dem Impuls $\boldsymbol{p}_C$ von System C ist. Zeichne einen Pfeil, der die Geschwindigkeitsrichtung dieses Objekts darstellt.

Direction of v_{cm}

Die gefundene Geschwindigkeit nennen wir: die Geschwindigkeit des Massenzentrums ($\boldsymbol{v}_{cm}$) des Systems C.

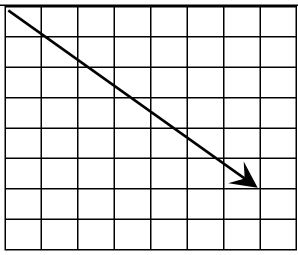
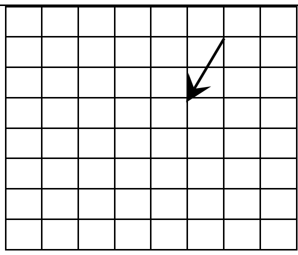
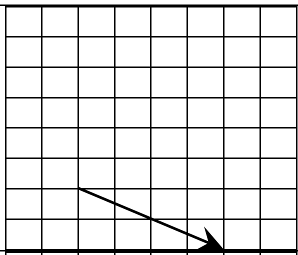
Impuls bleibt auch bei Interaktionen in mehreren Dimensionen erhalten

Nehmen wir nun an, wir trennen die Feder S von den beiden Blöcken A und B im System C, so dass sie sich frei von S entfernen können. Wir geben den beiden Blöcken Anfangsgeschwindigkeiten mit den im Diagramm rechts gezeigten Richtungen an, so dass sie kollidieren mit der Feder S zwischen ihnen. Wir verwenden immer noch den Begriff „System C“, um die gesamte Zusammensetzung von Blöcken und Feder zu bezeichnen.



44. Welche *äußeren* Kräfte wirken während der Kollision auf das System C?
45. Was ist die *Nettokraft* auf System C?

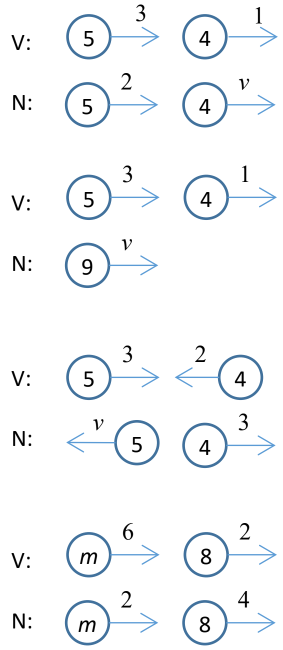
46. In der Tabelle unten habe ich die Impulsvektoren jedes Blocks *vor* der Kollision und von Block B *nach* der Kollision eingezeichnet. Vervollständige die Tabelle, um die Impulsvektoren von System C vor und nach der Kollision und von Block A nach der Kollision zu zeigen:

	Block A	Block B	Block C
Impuls *vor* Kollision:			
Impuls *nach* Kollision:			
Änderung des Impulses:			

47. Wie vergleichen sich die Endtempos der Blöcke miteinander? Begründe.
48. Zeichne Pfeile, die die Richtung der Geschwindigkeit des Massenschwerpunkts von System C *vor* und *nach* der Kollision darstellen.
49. *Erhöht sich*, *verringert sich* oder *bleibt gleich* das Tempo des Massenschwerpunkts von System C infolge der Kollision? Begründen.

Richtung von $v_{cm,v}$	Richtung von $v_{cm,n}$

Beine strecken



50. Finde bei jeder der vier Kollisionen rechts die fehlenden Größen (Masse: m in kg; Geschwindigkeit: v in ms^{-1}). Gezeigt wird Vorher und Nachher.
51. Zwei Kräfte $(24\hat{\boldsymbol{x}} + 18\hat{\boldsymbol{y}})$ N und $(6\hat{\boldsymbol{x}} + 22\hat{\boldsymbol{y}})$ N wirken auf ein 8 kg Teilchen, das zunächst im Ruhezustand auf der glatten xy-Ebene liegt. Finde Betrag und die Richtung der resultierenden Beschleunigung des Teilchens und auch die Verschiebung des Teilchens nach 3 s. (*Diagramm!!!*)
52. Ein Boot mit Masse 250 kg fährt über einen Fluss. Der Motor liefert eine Kraft von 500 N senkrecht zur Flussrichtung des Wassers und das Boot erlebt einen Widerstand von 100 N in die umgekehrte Richtung. Der Druck der Strömung auf das Boot ist 300 N. Berechne den Betrag der resultierenden Kraft auf das Boot und der Beschleunigung des Boots.
53. (a) Welche zwei Kräfte bestimmen die Beschleunigung eines Autos? (b) Warum läuft Kristin über Kurzstrecken schneller als ihr Bruder Ryan? (c) Warum fallen sie aber gleich lang vom Sprungbrett ins Wasser herunter?
54. Ein 0.6 kg Ball bewegt sich mit 5 ms^{-1} und trifft einen 2.0 kg Ball im Ruhezustand; der kleinere Ball prallt mit 2.4 ms^{-1} zurück. (a) Wie schnell bewegt sich der schwerere Ball? (b) Erkläre, ob die Kollision elastisch ist.
55. Zwei Atomkerne mit Atommassen 8 au und 12 au bewegen sich in dieselbe Richtung durch eine Nebelkammer mit jeweiliger 3-Geschwindigkeit $400\ \mathrm{ms}^{-1}$ und $200\ \mathrm{ms}^{-1}$ an einer horizontalen Geraden entlang, bis sie miteinander kollidieren. Nach der Kollision hat der 8 au Kern eine 3-Geschwindigkeit von $250\ \mathrm{ms}^{-1}$ in dieselbe Richtung. Der 12 au Kern bewegt sich weiter mit neuer Geschwindigkeit, bis er mit einem dritten Atomkern von *m* au kollidiert, die sich mit $400\ \mathrm{ms}^{-1}$ in die umgekehrte Richtung bewegt. Daraufhin kommen beide Teilchen zum Stillstand. Was ist die Masse *m* des dritten Atomkerns?
56. Teilchen *P* mit Masse m kg und Geschwindigkeit $\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}\ \mathrm{ms}^{-1}$ kollidiert mit dem stationären Teilchen *Q* mit Masse $3m$ kg. Die Geschwindigkeit von *P* und *Q* direkt nach der Kollision sind jeweils $\begin{pmatrix} v_P \\ 1 \end{pmatrix}\ \mathrm{ms}^{-1}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ v_Q \end{pmatrix}\ \mathrm{ms}^{-1}$. Berechne v_P, v_Q und beide Geschwindigkeitsbeträge nach der Kollision.

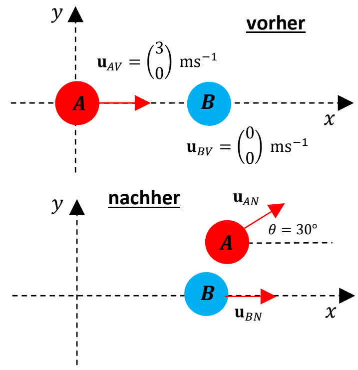
Numerische Ergebnisse

- 50: [2.25 $\mathrm{m/s}$ r.; 2.11 $\mathrm{m/s}$ r.; 1 $\mathrm{m/s}$ l.; 4 kg]
- 51: [6.25 ms^{-2}; 53.1°; 28.1 m]
- 54: [500 N; 2 ms^{-2}]
- 57: [2.22 ms^{-1}; inelastic]
- 58: [9 au]
- 59: [5; 1; 5.10 ms^{-1}; 1.41 ms^{-1}]

Konstruktionsübung: *Prüfungsvorbereitung*!

Dekonstruiere die Musterlösung dieser Aufgabe:

Zwei Snookerkugeln A und B haben identische Masse 24g. A bewegt sich mit Geschwindigkeit $3\,\mathrm{m}/s$ in die positive x-Richtung auf die bewegungslose Snookerkugel B zu. Nach ihrer *elastischen* Kollision bewegt sich A in eine Richtung 30° oberhalb der x-Achse nach rechts oben. Was sind die Geschwindigkeiten der zwei Kugeln *nach* der Kollision, und was ist der Winkel zwischen ihren Bewegungsbahnen?



Musterlösung:

Verfolgen

Vorher: Kugel A hat Geschwindigkeit $\boldsymbol{u}_{AV} = \begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}\mathrm{m/s}$, und B $\boldsymbol{u}_{BV} = \boldsymbol{0}\ \mathrm{m/s}$.

Nachher: A hat Geschwindigkeit $\boldsymbol{u}_{AN} = \begin{pmatrix}u_{ANx}\\u_{ANy}\end{pmatrix}$, und B $\boldsymbol{u}_{BN} = \begin{pmatrix}u_{BNx}\\u_{BNy}\end{pmatrix}$, wobei $\boldsymbol{u}_{AN}$ 30° oberhalb der x-Achse zeigt, und die Masse jeder Kugel ist $m = 24\mathrm{g}$. Wir suchen $\boldsymbol{u}_{AN}$, $\boldsymbol{u}_{BN}$ und den Winkel zwischen diesen beiden Vektoren.

Engagieren

Jede Kollision unterliegt der Impulserhaltung (Newton 3), also: $\boldsymbol{p}_{AV} + \boldsymbol{p}_{BV} = \boldsymbol{p}_{AN} + \boldsymbol{p}_{BN}$, wobei $\boldsymbol{p} = m\,\boldsymbol{u}$. Da diese Kollision elastisch ist, gilt auch Erhaltung der kinetischen Energie: $E_{k,AV} + E_{k,BV} = E_{k,AN} + E_{k,BN}$, wobei $E_k = \frac{1}{2} m\, u^2$. Wir stellen diese Gleichungen auf und lösen sie nach $\boldsymbol{u}_{AN}$ und $\boldsymbol{u}_{BN}$ auf. Somit suchen wir die vier Komponenten von $\boldsymbol{u}_{AN}$ und $\boldsymbol{u}_{BN}$, haben aber nur drei Gleichungen (zwei Impulskomponenten, plus kinetische Energie). Die vierte Gleichung, die wir dazu brauchen, folgt aus der Richtung von $\boldsymbol{u}_{AN}$:

$$\frac{u_{ANx}}{\cos 30°} = u_{ANx} = \frac{u_{ANy}}{\sin 30°} \Longrightarrow u_{ANx} = u_{ANy}\cot 30° = \sqrt{3}\,u_{ANy}$$

Abstrahieren

1. Berechne Impuls und kinetische Energie vor der Kollision.
2. Stelle die Gleichungen der Erhaltung von Impuls und kinetische Energie auf.
3. Löse diese Gleichungen nach $\boldsymbol{u}_{AN}$ und $\boldsymbol{u}_{BN}$ auf, und berechne den Winkel zwischen beiden.

Anwenden

1. $\boldsymbol{p}_{AV} = m\,\boldsymbol{u}_{AV} = \begin{pmatrix}3\,m\\0\end{pmatrix}\mathrm{m/s}$, $\boldsymbol{p}_{BV} = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}\mathrm{m/s}$, $E_{k,AV} = \frac{1}{2} m\, u_{AV}^2$ und $E_{k,BV} = 0\,\mathrm{J}$.
2. Für die zwei Impulskomponenten und kinetische Energie gelten drei Gleichungen:

$$p_{AVx} + p_{BVx} = 3\,m\ \mathrm{m/s} = p_{ANx} + p_{BNx} = m\,u_{ANx} + m\,u_{BNx} \Longrightarrow \underline{u_{ANx} +\ u_{BNx} = 3\,\mathrm{m/s}}$$
$$p_{AVy} + p_{BVy} = 0\,\mathrm{kg\,m/s} = p_{ANy} + p_{BNy} = m\,u_{ANy} + m\,u_{BNy} \Longrightarrow \underline{u_{ANy} + u_{BNy} = 0}$$
$$E_{k,AV} + E_{k,BV} = 9 \times \frac{1}{2}m\ \mathrm{m^2s^{-2}} = E_{k,AN} + E_{k,BN} = \frac{1}{2}m(u_{AN}^2 + u_{BN}^2)$$
$$\Longrightarrow \underline{u_{ANx}^2 + u_{ANy}^2 + u_{BNx}^2 + u_{BNy}^2 = 9\,\mathrm{m^2s^{-2}}}$$

3. Wir wissen, dass $u_{BNy} = -u_{ANy}$ und $u_{BNx} = 3\,\frac{m}{s} - \sqrt{3}\,u_{ANy}$, also:

$$u_{ANx}^2 + u_{ANy}^2 + u_{BNx}^2 + u_{BNy}^2 = 3u_{ANy}^2 + u_{ANy}^2 + \left(3\,\mathrm{m^2s^{-2}} - \sqrt{3}\,u_{ANy}\right)^2 + u_{ANy}^2 = 9\,\mathrm{m^2s^{-2}}$$

$$\Longrightarrow \left(8u_{ANy} - 6\sqrt{3}\ \mathrm{ms}^{-1}\right)u_{ANy} = 0$$

Aber $u_{ANy} \neq 0$ (verletzt Impulserhaltung), also $\boldsymbol{u}_{AN} = \underline{\begin{pmatrix}\frac{9}{4} & \frac{3\sqrt{3}}{4}\end{pmatrix}^T}$, $\boldsymbol{u}_{BN} = \underline{\begin{pmatrix}\frac{3}{4} & -\frac{3\sqrt{3}}{4}\end{pmatrix}^T}$, und der Winkel zwischen den beiden Vektoren ist $\underline{90°}$, da $\boldsymbol{u}_{AN} \cdot \boldsymbol{u}_{BN} = 0$!

Ergebnis verfolgen

Ich spiele Snooker und weiß, dass die gleichmassigen Kugeln immer im Winkel 90° auseinander gehen.

Rekonstruiere Deine eigene Lösung zu dieser Aufgabe:

Zwei Snookerkugeln A und B haben identische Masse 24g. A bewegt sich mit Geschwindigkeit $3\,\mathrm{m/s}$ in die positive x-Richtung auf die bewegungslose Snookerkugel B zu. Nach ihrer elastischen Kollision bewegt sich A in eine Richtung $45°$ *unterhalb* der x-Achse nach rechts unten. Was sind die Geschwindigkeiten der zwei Kugeln *nach* der Kollision, und was ist der Winkel zwischen ihren Bewegungsbahnen?