Evolving mathematics

Niall Palfreyman, Weihenstephan-Triesdorf University of Applied Sciences

Module 01: Mathematical-physical methods

Thema 14: Was verursacht Kreisbewegung?

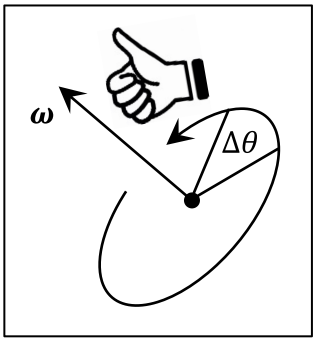
ILOs: Nach diesem Kapitel kannst Du …

- Radialbeschleunigung, Winkelgeschwindigkeit und Drehmoment auf Teilchen und starre Körper anwenden.

Dekonstruieren: Bearbeite diesen Abschnitt *vorm* Treffen!

Winkelgeschwindigkeit beschreibt Drehung und Kreisbewegung

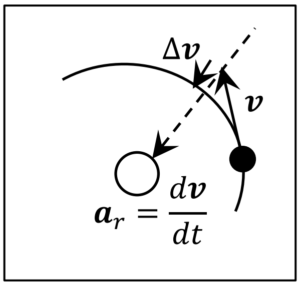
Das ***Winkeltempo*** eines beliebigen Systems bezeichnen wir mit dem griechischen Buchstaben *omega*: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$; es beschreibt, um wie viel Winkel (θ im Bogenmaß!) sich das System pro Sekunde dreht. Die ***Winkelgeschwindigkeit*** $\boldsymbol{\omega}$ definieren wir als ein Vektor, der mit dem Betrag ω entlang der Rotationsachse zeigt. Um die Richtung von $\boldsymbol{\omega}$ zu finden, krümmen wir die Finger unserer *rechten* Hand in Drehrichtung und heben dann unseren Daumen, um entlang der Achse in Richtung $\boldsymbol{\omega}$ zu zeigen.



Hinweis: *In diesem Kurs verwenden wir immer nur die rechte Hand zur Richtungsbestimmung – niemals die linke Hand!*

Mit dieser Gleichung können wir das lineare Tempo v eines Punkts berechnen, der sich mit einem Radius r von der Rotationsachse aus dreht:

$$v = \omega\, r$$



Radialbeschleunigung verursacht Kreisbewegung

Betrachte den Mond rechts, der sich mit der Momentan-geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ auf seiner Umlaufbahn um die Erde bewegt:

- *Newton 1* sagt, dass sich der Mond mit konstanter Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ geradlinig weiterbewegen sollte.
- *Newton 2* sagt, wenn dies nicht der Fall ist, muss es eine Kraft geben, die den Mond beschleunigt.

Diese Beschleunigung wird als ***Radialbeschleunigung*** bezeichnet, die den Mond auf seiner Umlaufbahn hält. Er zeigt nach innen zum Mittelpunkt der Kreisbahn und hat einen Betrag:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega\, r)^2}{r} = \omega^2\, r$$

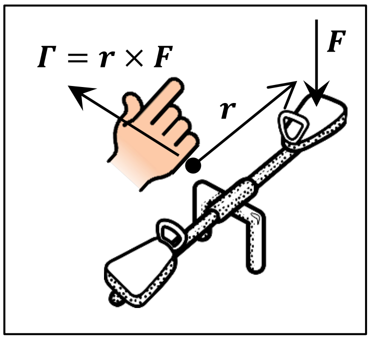
Winkelbeschleunigung ändert Winkelgeschwindigkeit

Die ***Winkelbeschleunigung*** $\boldsymbol{\alpha}$ beschreibt die *Änderungsrate* der Winkelgeschwindigkeit:

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}$$

Drehmoment verursacht Winkelbeschleunigung

Wir bringen Dinge zum Drehen, indem wir sie an einem ***Angriffspunkt*** schieben, der in einem gewissen Abstand r von ihrer Drehachse liegt. Denke an die Wippe rechts: Ich wende eine Kraft $\boldsymbol{F}$ an einem Angriffspunkt an, der um einen Vektor $\boldsymbol{r}$ von der Drehachse verschoben ist. Je größer die Kraft, desto höher ist ihre „Drehwirkung“, und je größer der Abstand r zwischen dem Angriffspunkt und der Drehachse ist, desto höher ist gleichfalls die „Drehwirkung“. Wir nennen diese „Drehwirkung“ das ***Drehmoment*** ($\boldsymbol{\Gamma}$: *Gamma*) und definieren es durch:



$$\boldsymbol{\Gamma} \equiv \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$$

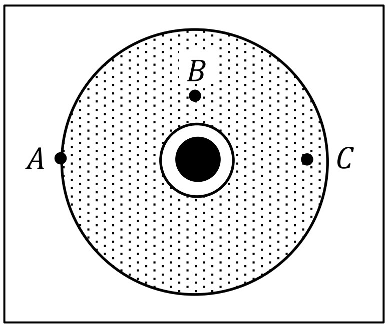
Das Symbol ‘×’ steht für das ***Vektor-Kreuzprodukt*** zwischen zwei Vektoren $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{b}$, welches wir folgendermaßen definieren:

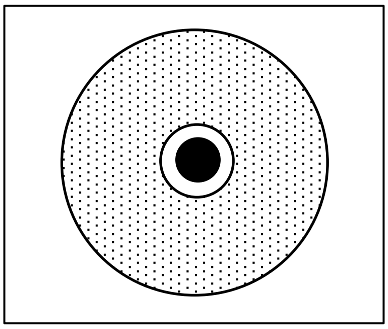
$$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} \equiv a\, b \sin\theta_{ab}\ \hat{\boldsymbol{e}}_{\perp}$$

Bei dieser Definition sind a und b die Beträge der jeweiligen Vektoren $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{b}$; θ_{ab} ist der Winkel zwischen ihnen; und $\hat{\boldsymbol{e}}_{\perp}$ ist ein Einheitsvektor in Richtung von $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$, die sich aus der Rechten-Hand-Regel ergibt:

- ***Rechte-Hand-Regel:*** *Beachte das Diagramm mit der Wippe. Zeige mit Deinem Zeigefinger in Richtung des ersten Vektors ($\boldsymbol{a}$ oder $\boldsymbol{r}$); Zeige mit den anderen Fingern in Richtung des zweiten Vektors ($\boldsymbol{b}$ oder $\boldsymbol{F}$) und strecke dann Deinen Daumen aus: Dies ist die Richtung des Kreuzprodukts ($\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ oder $\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$).*

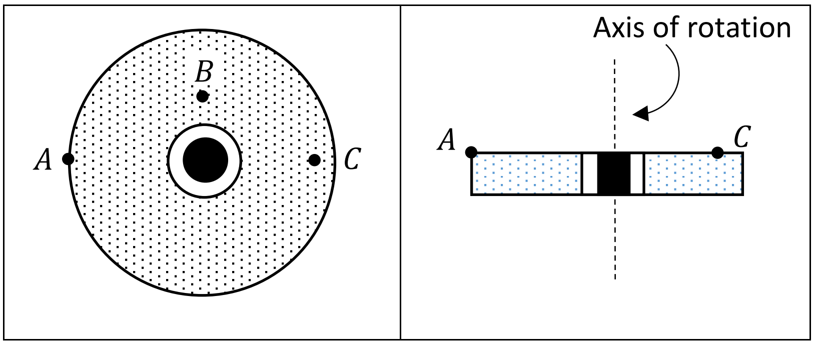
Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$: Drehung gegen den Uhrzeigersinn





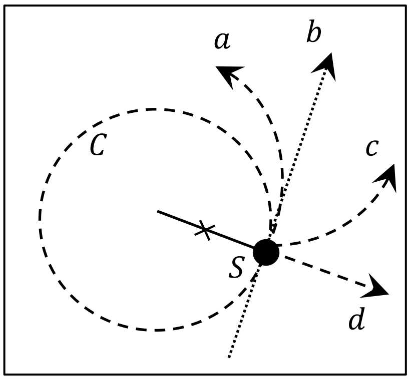
1. Schaue Dir das Diagramm rechts an, das zu einem Zeitpunkt (von oben) ein Rad zeigt, das sich *gegen den Uhrzeigersinn* um eine feste Achse am Zentrum dreht. Zeichne einen Pfeil auf jeden der drei Punkte A, B und C, um die Richtung der Geschwindigkeit dieses Punktes zu diesem Zeitpunkt darzustellen. Erkläre Deine Argumentation.
2. Ist die Zeit, die die Punkte B und C benötigen, um sich um einen vollständigen Kreis zu bewegen, *größer*, *kleiner* oder *gleich* der Zeit, die Punkt A benötigt?
3. Anhand von Deiner Antwort: Wie vergleicht sich das jeweilige Tempo der Punkte A, B und C?
4. Markiere im nächsten Diagramm die Position jedes der drei Punkte zu einem späteren Zeitpunkt, wenn das Rad eine halbe Umdrehung zurückgelegt hat.
5. Wie vergleicht sich die Geschwindigkeit an jedem der Punkte sowohl in Betrag als auch in Richtung mit der Geschwindigkeit zum vorherigen, früheren Zeitpunkt?
6. Gibt es einen einzigen linearen Geschwindigkeitsvektor, der zu jedem Zeitpunkt für jeden Punkt auf dem Rad gilt? Begründe.

7. Angenommen, das Rad macht in 2 Sekunden eine vollständige Umdrehung. Ermittele für jeden der drei Punkte A, B und C die Winkeländerung $\Delta\theta$ des Ortsvektors des Punktes in Bezug auf die Radmitte. (Das heißt, finde den Winkel zwischen den Anfangs- und Endortsvektoren der jeweiligen Punkte.)
8. Berechne die Änderungsrate dieses Winkels für jeden Punkt auf dem Rad.
9. Angenommen, zwei Beobachter wählen jeweils unterschiedliche Punkte auf dem Rad aus, um seine Winkelgeschwindigkeit zu messen. Wären sie sich über den *Betrag* des Winkelgeschwindigkeitsvektors einig?
10. Angenommen, zwei Beobachter stehen jeweils auf verschiedenen Seiten des Rades. Wären sie sich über die *Richtung* des Winkelgeschwindigkeitsvektors einig?
11. Die Abbildungen rechts zeigen eine Draufsicht und eine Seitenansicht des Rades. Zeichne in jedes Diagramm einen Vektor, der die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ des Rades darstellt. (Verwende die Notation ⊗, um einen Pfeil *in die Seite hinein* darzustellen, und ⊙, um einen Pfeil *aus der Seite heraus* darzustellen.)



12. Skizziere im Zeichenbereich rechts die Ortsvektoren (bezogen auf den Drehpunkt) für Punkt C am Anfang und am Ende eines kleinen Zeitintervalls Δt, also zu Zeitpunkten t_0 and $t_0 + \Delta t$.
13. Beschrifte die Winkeländerung $\Delta\theta$ über dieses Zeitintervall sowie den Abstand r_C zwischen Radmitte und Punkt C. Skizziere den Weg, den Punkt C während dieses Zeitintervalls nimmt. Welche Strecke legt Punkt C während des Zeitintervalls Δt zurück? Drücke Deine Antwort in Bezug auf r_C and $\Delta\theta$ aus.
14. Kombiniere Deine Antwort mit der Definition des Lineartempos, um eine Gleichung für das Lineartemp v von Punkt C in Bezug auf das Winkeltempo ω des Rades herzuleiten.
15. Was sagt Deine Gleichung über das Lineartempo von Punkten näher und weiter weg vom Drehzentrum? Stimmt dies mit Deiner Antwort auf Frage (3) oben überein?

Radialbeschleunigung hält Bewegung im Kreis



16. Das Diagramm rechts ist eine Momentaufnahme (von oben) von mir, wie ich einen Stein an einer Schnur um meinen Kopf schwinge, so dass die Flugbahn des Steins ein horizontaler Kreis C mit meinem Kopf in der Mitte ist. In dem Moment, in dem dieses Bild aufgenommen wird, befindet sich der Stein am Punkt S, und jemand schneidet die Schnur an der mit „×“ markierten Stelle durch, *ohne die Bewegung des Steins zu stören*. Nach dem Durchtrennen der Schnur fliegt der Stein dann entlang einer der Flugbahnen a, b, c oder d davon. Welche dieser Flugbahnen beschreibt am besten die Bewegung des Steins nach dem Durchschneiden der Schnur? Kreise diesen Buchstaben ein.

17. Stelle Dir nun stattdessen vor, dass es keine Schnur gibt, sondern der Stein fliegt, von mir unbeeinflusst, nach oben entlang der geraden gestrichelten Linie vom unteren Rand des Diagramms. Zu einem bestimmten Zeitpunkt fliegt der Stein am Punkt S vorbei. Welche der Flugbahnen a, b, c oder d würdest Du dann nach dem Passieren von S erwarten?
18. Stimmt diese Antwort mit Deiner vorherigen Antwort auf die Frage 16 überein?
19. Stelle Dir nun wieder vor, dass der Stein an der Schnur befestigt ist, sodass er um den Kreis C fliegt, und diesmal schneiden wir die Schnur *nicht*! Wenn der Stein den Punkt S erreicht, in welche Richtung wird der Stein genau gezogen? Zeichne einen Pfeil in das obige Diagramm, um die Richtung dieser Kraft anzuzeigen, und benenne ihre Art, ihr Objekt und ihren Autor.

Winkelbeschleunigung ist Änderungsrate der Winkelgeschwindigkeit

20. Sei $\boldsymbol{\omega}_0$ die anfängliche Winkelgeschwindigkeit eines Rades. Berechne für jeden der folgenden beiden Fälle den Betrag der Änderung der Winkelgeschwindigkeit $|\Delta\boldsymbol{\omega}|$ in Bezug auf $|\boldsymbol{\omega}_0|$:
    - Wir drehen das Rad schneller, sodass sich ein fester Punkt am Rad pro Sekunde doppelt so oft dreht wie anfangs. (*Drehachse bleibt fixiert*)
    - Wir drehen das Rad mit dem gleichen Winkeltempo, aber in die entgegengesetzte Richtung.
21. Angenommen, das Rad verlangsamt sich gleichmäßig, sodass $|\boldsymbol{\omega}|$ nimmt alle 4 s um $8\pi\ \mathrm{s}^{-1}$ ab, während sich das Rad weiter in die gleiche Richtung dreht und die Achse in der gleichen Ausrichtung bleibt. Gib die Winkelbeschleunigung $\boldsymbol{\alpha}$ des Rades an, indem Du ihren Betrag und ihre Richtung relativ zur Richtung von $\boldsymbol{\omega}$ angibst.
22. In der Linearkinematik berechnen wir den *linearen* Beschleunigungsvektor, indem wir zunächst einen Geschwindigkeitsänderungsvektor $\Delta\boldsymbol{v}$ konstruieren und diesen dann durch Δt dividieren. Beschreibe die analogen Schritte, mit denen Du gerade die *Winkel*beschleunigung $\boldsymbol{\alpha}$ berechnet hast.

Ressourcen: Überfliege diese Clips und Infos *vorm* Treffen!

- Definition der Kreisgeschwindigkeit: $\omega = d\theta/dte$
- Geschwindigkeit eines Punkts: $v = \omega\, r$
- Auch bei Kreisbewegung gelten die Gleichungen für konstante Beschleunigung
- Kreisbewegung entsteht immer durch eine radiale Beschleunigung

  Wichtige Gleichung: $|a_z| = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$

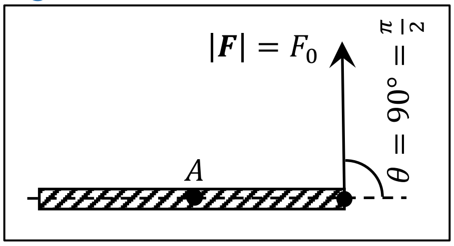
- Radiale Beschleunigung hält ein Auto im Looping

  Das Video zu diesem Problem findest Du hier.

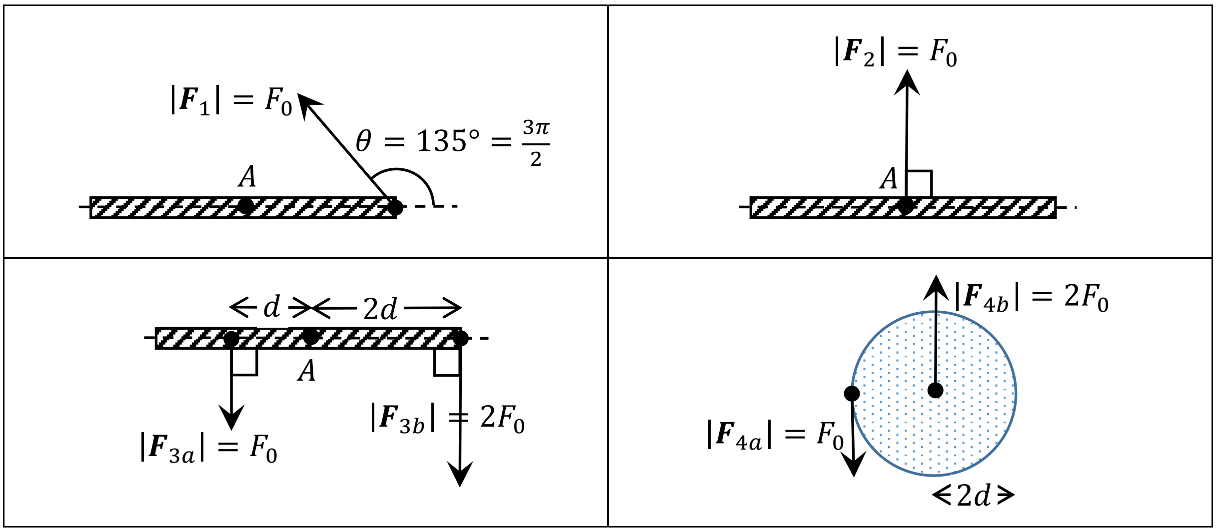
- Drehmoment, (engl.: Torque) ist die Drehwirkung einer Kraft
- Drehmomente helfen uns mit Kleinkindern zu wippen
- Wir brauchen Drehmoment, falls Kräfte unterschiedliche Angriffspunkte haben
- Sobald die Kräfte schräg einwirken, brauchen wir die Sinus-Funktion
- Radiale Beschleunigung wird von einer radialen Kraft verursacht
- Yo-yo Aufgaben sind typisch für vertikales Looping
- … aber Kreisbewegung kann auch horizontal sein

Konstruktion: Wir bearbeiten diesen Abschnitt <u>*gemeinsam*</u>!

Drehmoment verursacht Winkelbeschleunigung



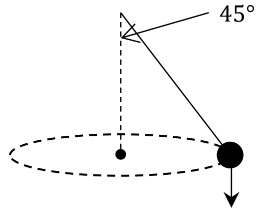
23. Der rechts gezeigte starre Stab kann sich frei um eine feste Achse (A) durch seinen Mittelpunkt drehen. Diese Drehachse liegt senkrecht zur Papierebene. Auf den Punkt M wende ich eine Kraft mit Betrag F_0 an – diese Kraft steht *stets* rechtwinklig zum Stab. Wenn die Stange anfänglich im Ruhezustand wäre, würde diese ausgeübte Kraft eine Winkelbeschleunigung im Uhrzeigersinn oder gegen den Uhrzeigersinn erzeugen?
24. In welche Richtung würde die resultierende Änderung $\Delta\boldsymbol{\omega}$ der Winkelgeschwindigkeit zeigen?
25. Wenn sich die Stange stattdessen bereits *gegen* den Uhrzeigersinn drehen würde, wäre die Winkelbeschleunigung, die sich aus meiner ausgeübten Kraft ergibt, *im* oder *gegen* den Uhrzeigersinn?
26. Wenn sich die Stange stattdessen bereits *im* Uhrzeigersinn drehen würde, wäre die Winkelbeschleunigung, die sich aus meiner ausgeübten Kraft ergibt, *im* oder *gegen* den Uhrzeigersinn? Begründen.
27. Vergleiche den Betrag jedes der folgenden Drehmomente mit dem Nettodrehmoment aus der vorherigen Aufgabe:



Fuß fassen

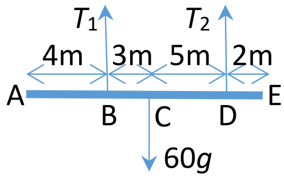
28. Ein Ball ist an einer leichten, undehnbaren Schnur festgemacht und bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit in einem horizontalen Kreis mit Radius 3 m. Finde die Kreisgeschwindigkeit und Beschleunigung des Balls wenn: (a) er für eine Umdrehung 1.5 s braucht; (b) er 15 Umdrehungen pro Minute macht; (c) sich die Schnur pro Sekunde durch 160° bewegt; (d) seine lineare Geschwindigkeit $10\ \mathrm{ms^{-1}}$ ist.

29. Ein Teilchen mit Masse 2 kg bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit um einen horizontalen Kreis mit Radius 0.4 m. Finde die radiale Kraft auf das Teilchen, wenn: (a) seine Kreisgeschwindigkeit 10π rad s^{-1} ist; (b) seine lineare Geschwindigkeit $4\ \mathrm{ms}^{-1}$ ist.



30. Die Linse des konischen Pendels rechts hat Masse 4 g; berechne (a) die Zugkraft in der (leichten, undehnbaren) Schnur und (b) den Radius des Pendelkreises bei einer linearen Geschwindigkeit von $v\ \mathrm{ms}^{-1}$.

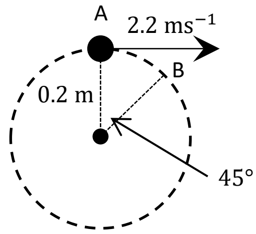
31. Ein Mädchen mit Masse 40 kg sitzt 1.5 m vom Drehpunkt einer Wippe entfernt. Zeige, dass ihr Bruder (Masse 50 kg) 1.2 m vom Drehpunkt sitzen muss, damit die Wippe im Gleichgewicht ist.



32. Ein gleichförmiger 14 m, 60 kg Balken (AE, rechts) wird von zwei Seilen an den Stellen B und D unterstützt. Was ist die Zugkraft in den Seilen?

33. Eine gleichförmige Leiter mit Länge 6m steht auf rauem Boden und lehnt an einer glatten, vertikalen Wand mit Winkel 20° dazu. Zeichne ein Diagramm der Situation und nenne alle Annahmen, die Du voraussetzt.

Beine strecken



34. Ich schieße eine *m* kg Kugel (rechts) mit Geschwindigkeit $2.2\ \mathrm{ms}^{-1}$um den vertikalen Innenkreis eines Rohrs ab dem höchsten Punkt A. (a) Zeichne ein Kraftdiagramm der Kugel beim Punkt B; (b) Berechne durch Energieerhaltung die Geschwindigkeit v_B der Kugel bei B; (c) Finde die normale Reaktion des Rohrs auf die Kugel (bezogen auf Masse *m*) bei B.

35. (a) Was ist die Kreisgeschwindigkeit der Erde um die Sonne? (b) Was ist ihre Geschwindigkeit? ($R = 1.5 \times 10^{11}$ m); (c) Berechne die radiale Kraft, die die Erde in ihrer Laufbahn hält ($m_E = 6.0 \times 10^{24}$ kg); (d) Wer verursacht diese Kraft?

36. Ich schleudere einen Eimer voller Wasser im vertikalen Kreis mit Radius $1\ \mathrm{m}$ an einem Seil herum. (a) Berechne anhand der Erdbeschleunigung am obersten Punkt der Kreisbahn die minimale Frequenz der Bewegung, bei der kein Wasser verschüttet wird. (b) Ich schleudere den Eimer jetzt mit konstanter Kreisgeschwindigkeit $5\ \mathrm{rad\ s}^{-1}$. Was ist die Zugkraft im Seil am obersten Punkt, wenn Eimer plus Wasser Masse 10 kg haben?

37. Ein 500 kg Kettcar fährt ohne Widerstand mit konstanter Geschwindigkeit um eine kreis-förmige Fahrbahn ($r = 30$ m). Eine Reibungskraft ($\mu = 0.5$) wirkt der Kreismitte entgegen. Mit welcher maximalen Geschwindigkeit kann das Kettcar fahren, ohne dass es ausrutscht?

38. Ein Fahrer wechselt einen platten Reifen. Das erforderliche Drehmoment um die Schraubenmutter los zu schrauben ist 60 Nm. Er benützt einen 0.4 m langen doppelendeten Radmutterschlüssel. Welche Kraft muss er an beiden Enden des Schlüssels anwenden?

39. Ein Turmspringer mit Masse 60 kg steht am Ende eines Sprungbretts 2 m vom Drehpunkt entfernt. Sein Gewicht wird ausgeglichen von einer Feder unterm

Sprungbrett 30 cm von der anderen Seite des Drehpunkts entfernt. Wieviel Kraft muss die Feder aufbringen?

Numerische Ergebnisse

- 28: [(a) $\frac{4\pi}{3}\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$; $\frac{16\pi^2}{3}\,\mathrm{ms^{-2}}$; (b) $\frac{\pi}{2}\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$; $\frac{3\pi^2}{4}\,\mathrm{ms^{-2}}$; (c) $\frac{8\pi}{9}\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$; $\frac{64\pi^2}{27}\,\mathrm{ms^{-2}}$; (d) $\frac{10}{3}\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$; $\frac{100}{3}\,\mathrm{ms^{-2}}$]
- 29: [(a) $80\pi^2$ N; (b) 80 N]
- 30: [(a) 55.4 N; (b) $0.102v^2\,\mathrm{m}$]
- 32: [367.5 N; 220.5 N]
- 34: [(b) $2.45\,\mathrm{m/s}$; (c) $23.0m$ N]
- 35: [(a) $2.0\times10^{-7}\mathrm{rad\,s^{-1}}$; (b) $30\,\mathrm{kms^{-1}}$; (c) $3.6\times10^{22}\mathrm{N}$]
- 36: [(a) $0.5\,\mathrm{rev/s}$; (b) 152 N]
- 37: [$v_{max} = 12.1\,\mathrm{ms^{-1}}$]
- 38: [150 N]
- 39: [3924 N]

Konstruktionsübung: *Prüfungsvorbereitung*!

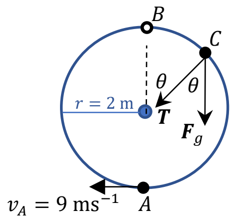
Dekonstruiere die Musterlösung dieser Aufgabe:

Eine Glasperle mit Masse 2g rutscht mit Anfangsgeschwindigkeit $9\,\mathrm{ms^{-1}}$ in vertikaler Kreisbewegung ($r = 2\,\mathrm{m}$) ab dem tiefsten Punkt des Kreises. Zeige, dass die Glasperle die vollständige Kreisbewegung durchziehen wird, falls sie sich an einem reibungslosen Draht entlang bewegt, aber nicht, wenn sie an einer Schnur angehängt ist.

Musterlösung:

Verfolgen

Eine Glasperle mit Masse 2g hat am Anfangspunkt A die Geschwindigkeit $v_A = 9\,ms^{-1}$ und bewegt sich entlang eines Kreises mit Radius $r = 2\,m$. Wir wählen A als Ursprungspunkt mit Höhe $0\mathrm{m}$ und potentieller Energie $E_{potA} = 0\mathrm{J}$. Wir vergleichen diesen Anfangspunkt A mit dem Höchstpunkt B, den die Glasperle eine kurze Zeit später erreichen soll.



Engagieren

Reibungsloser Draht: Energierhaltungssatz: $E_{kinA} + E_{potA} = E_{kinB} + E_{potB}$, wobei $E_{kin} = \frac{1}{2}m\,v^2$ und $E_{pot} = m\,g\,h$. Die Perle schafft den vollen Kreis, wenn bei B ausreichen kinetische Energie vorhanden ist, also $v_B > 0$. **Schnur:** Newton 2 sagt: $\sum_i \boldsymbol{F}_i = m\,\boldsymbol{a}$. In unserem Fall gibt es nur zwei Kräfte: das Gewicht der Glasperle und die Zugkraft in der Schnur; zusammen müssen diese zwei also die radiale Beschleunigung $|a_r| = \frac{v^2}{r}$ in die Richtung der Kreismitte ergeben: $\sum_i \boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{F}_g + \boldsymbol{T} = m\,\boldsymbol{a}_r$.

Abstrahieren

1. Berechne mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes die kinetische Energie E_{kinB} an der Stelle B.
2. Stelle Newton 2 bei B auf um die Zugkraft $\boldsymbol{T}$ der Schnur zu berechnen. Setze dazu die ermittelte Geschwindigkeit v_B ein.

Anwenden

1. Weil wir annehmen, dass bei A gilt $h = 0\ m$, ist dehsalb $E_{potA} = 0$ J. Die Höhe h an der Stelle B ergibt sich aus $h = 2\ r = 4$ m. Wir setzen ein und ermitteln v_B:

$$\begin{aligned} E_{kinA} + E_{potA} &= E_{kinB} + E_{potB} \\ E_{kinB} &= E_{kinA} + E_{potA} - E_{potB} \\ &= \tfrac{1}{2} m\, v_A^2 + 0 - m\, g\, h \\ &= \tfrac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3}\text{kg} \times (9\ \text{ms}^{-1})^2 - 2 \times 10^{-3}\text{kg} \times 9.81\ \text{ms}^{-2} \times 4\text{m} \\ &= 2.52 \times 10^{-3}\ \text{J} > 0 \end{aligned}$$

   Die Perle hat beim Höchstpunkt B positive kinetische Energie, also erreicht diesen Punkt.

2. Die Kräfte, die auf die Perle wirken bei B: $\boldsymbol{F}_g$ (senkrecht nach unten) und die Zugkraft $\boldsymbol{T}$ in der Schnur (bei B auch senkrecht nach unten). Falls die Perle den Punkt B erreichen würde, gilt also dort für Kraftkomponenten senkrecht nach unten:

$$\begin{aligned} T + F_g &= m\, a_r \\ T &= \frac{m\, v_B^2}{r} - mg = \frac{2E_{kinB}}{r} - mg \\ &= \frac{2 \times 2.52 \times 10^{-3}\text{J}}{2\ \text{m}} - 2 \times 10^{-3}\text{kg} \times 9.81\ \text{ms}^{-2} = \underline{-1.71 \times 10^{-2}\ \text{N}} \end{aligned}$$

   Um den Punkt B zu erreichen, müsste die Zugkraft nach oben gerichtet sein, was nicht möglich ist!

Ergebnis verfolgen

Schon beim Draht sehen wir, dass die Perle bei B sehr langsam wird. Die Schnur bietet nicht die unterstützende Kraft nach oben, die beim Draht zur Vollendung der Kreisbewegung notwendig war.

Rekonstruiere Deine eigene Lösung zu dieser Aufgabe:

Finde den Winkel θ, den diese Schnur zur Vertikalen macht, wenn die Glasperle die Kreisbahn verlässt.