

Evolving mathematics

Niall Palfreyman, Weihenstephan-Triesdorf University of Applied Sciences

Module 01: Mathematical-physical methods

Thema 20: Wo kommen Felder her?

ILOs: Nach diesem Kapitel kannst Du ...

- Thermodynamik I anwenden, um die Potentialdifferenz $\Delta\varphi$ als Arbeit am E-Feld zu beschreiben;
- Das Konzept Potential zur Lösung elektrostatischer Probleme anwenden.

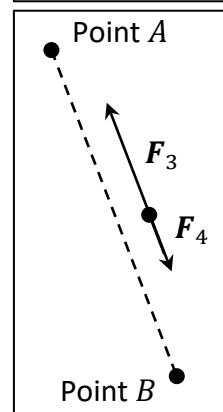
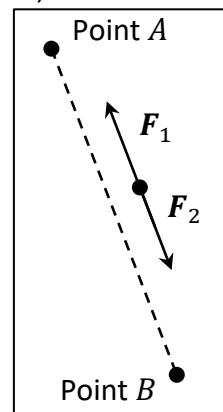
Dekonstruieren: Bearbeite diesen Abschnitt *vorm* Treffen!

Arbeit überträgt Energie zwischen Bewegung und Speicherung

1. Angenommen, eine Kraft \mathbf{F} wirkt auf ein Objekt, das sich um eine Verschiebung $\Delta\mathbf{s}$ bewegt. Skizzieren Sie Pfeile, die mögliche Richtungen von \mathbf{F} und $\Delta\mathbf{s}$ zeigen, wenn die von \mathbf{F} geleistete Arbeit ist:

positiv	negativ	null

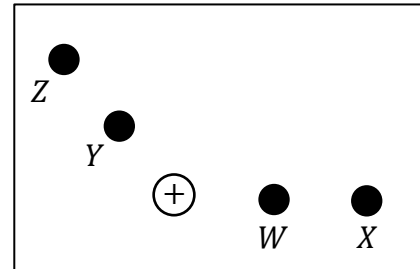
2. Angenommen, ein anderes Objekt bewegt sich von Punkt A zu Punkt B , während zwei konstante Kräfte \mathbf{F}_1 und \mathbf{F}_2 *gleichen* Betrags auf es wirken. Ist die von \mathbf{F}_1 am Objekt geleistete Nettoarbeit *positiv, negativ* oder *null*?
3. Ist die von \mathbf{F}_2 am Objekt geleistete Nettoarbeit *positiv, negativ* oder *null*?
4. Ist die auf dem Objekt durchgeführte Nettoarbeit *positiv, negativ* oder *null*? Begründe.
5. Ist das Tempo des Objekts beim Punkt B *größer, kleiner* oder *gleich* dem Tempo des Objekts beim Punkt A ? Erkläre, woher Du das weißt.
6. Ein anderes, neues Objekt bewegt sich von Punkt A zu Punkt B , während zwei konstante Kräfte \mathbf{F}_3 und \mathbf{F}_4 *ungleichen* Betrags darauf wirken, wie unten rechts gezeigt. Ist die von \mathbf{F}_3 am Objekt geleistete Gesamtarbeit *positiv, negativ* oder *null*?
7. Ist die von \mathbf{F}_3 am neuen Objekt geleistete Nettoarbeit *positiv, negativ* oder *null*?
8. Ist die auf dem neuen Objekt durchgeführte Nettoarbeit *positiv, negativ* oder *null*? Begründe.
9. Ist das Tempo des Objekts beim Punkt B *größer, kleiner* oder *gleich* dem Tempo des Objekts beim Punkt A ? Erkläre, woher Du das weißt.



10. Formuliere den Arbeit-Energie-Satz mit Deinen eigenen Worten. Stimmen Deine Antworten auf die *erste* der vorigen beiden Situationen mit dem Arbeit-Energie-Satz überein? Begründe.
11. Stimmen Deine Antworten auf die *zweite* der vorigen beiden Situationen mit dem Arbeit-Energie-Satz überein? Begründe.

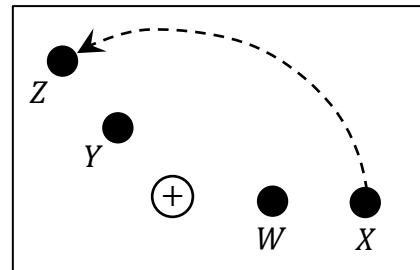
E-Felder verrichten Arbeit unabhängig vom jeweiligen Weg

12. Das rechte Diagramm zeigt eine Draufsicht auf eine fixierte positiv geladene Quelle. Die Feldpunkte W , X , Y und Z liegen in der Nähe dieser Quelle. Die Feldpunkte W und Y sind gleich weit von der Quelle entfernt; Punkte X und Z sind ebenfalls gleich weit von der Quelle entfernt. Zeichne E-Feld-Vektoren an den Feldpunkten W , X , Y and Z .

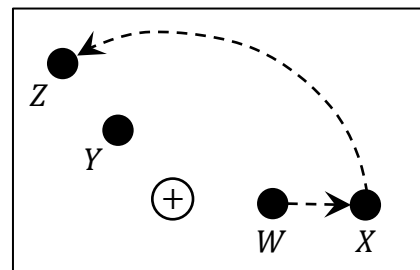


13. Ein Teilchen mit der Ladung $+q_0$ bewegt sich auf einer geraden Bahn vom Punkt W zum Punkt X . Ist die Arbeit, die *das E-Feld* an dem Teilchen verrichtet, *positiv*, *negativ* oder *null*? Begründe Deine Antwort, indem Du eine Skizze zeichnest, die die elektrische Kraft auf das Teilchen und die Verschiebung des Teilchens enthält.

14. Vergleiche die Arbeit, die das E-Feld leistet, wenn das Teilchen von Punkt W zu Punkt X wandert, mit der geleisteten Arbeit, wenn sich das Teilchen von Punkt X zu Punkt W bewegt.

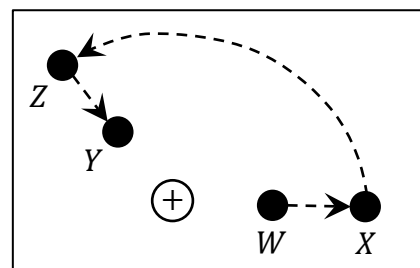


15. Nun bewegt sich das Teilchen von Punkt X zu Punkt Z entlang der rechts gezeigten Kreisbahn. Ist die Arbeit, die *das E-Feld* am Teilchen leistet, *positiv*, *negativ* oder *null*? Erkläre Deine Antwort, indem Du die Richtung der elektrischen Kraft auf das Teilchen und auch die Richtung seiner Verschiebung für mehrere Punkte entlang der Kreisbahn skizzierst.



16. Vergleiche die Arbeit, die das E-Feld leistet, wenn sich das Teilchen von Punkt W zu Punkt X bewegt, mit der Arbeit, die verrichtet wird, wenn das Teilchen von Punkt W zu Punkt Z entlang der hier gezeigten Kreisbahn wandert. Begründe.

17. Nehmen wir als nächstes an, das Teilchen wandert von Punkt W zu Punkt Y entlang des Pfads \overline{WXZY} , der im nächsten Diagramm gezeigt wird. Vergleiche die Arbeit, die das E-Feld verrichtet, wenn sich das Teilchen von Punkt W zu Punkt X bewegt, mit der Arbeit, die das Teilchen verrichtet, wenn sich das Teilchen von Punkt Z zu Punkt Y bewegt. Begründe.

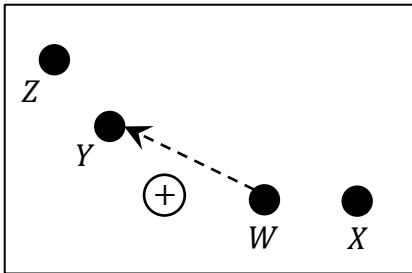


18. Wieviel Arbeit verrichtet das E-Feld insgesamt auf das Teilchen, wenn das Teilchen sich entlang des Wegs \overline{WXZY} bewegt?

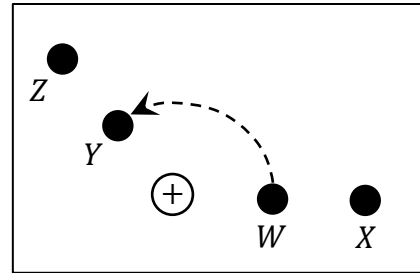
19. Nehmen wir nun an, das Teilchen wandert von W nach Y entlang des kleinen Kreisbogens \overline{WY} , der im nächsten Diagramm gezeigt wird. Ist die Arbeit des E-Feldes

auf diesem Weg *positiv*, *negativ* oder *null*? Begründe Deine Antwort mit Kraft- und Verschiebungsvektoren.

20. Angenommen, das Teilchen bewegt sich nun im



linken Diagramm entlang des geraden Wegs \overrightarrow{WY} . Ist die Arbeit, die das E-Feld auf dem Teilchen entlang dieses Wegs verrichtet, *positiv*, *negativ* oder *null*? Erkläre Deine Antwort, indem Du die Kraft- und Verschiebungsvektoren entlang der ersten und der zweiten Hälfte des Weges \overrightarrow{WY} berücksichtigst.

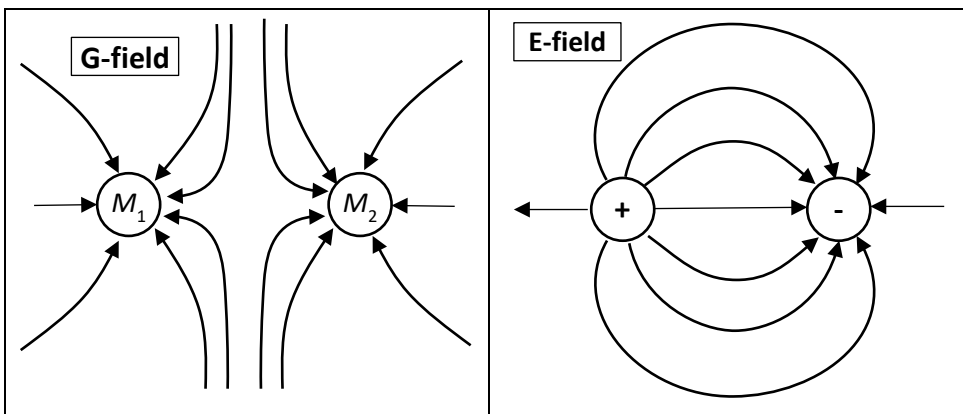


21. Vergleiche die Arbeit, die das Teilchen leistet, während es sich entlang der drei verschiedenen möglichen Wege von Punkt W zu Punkt Y bewegt, die Du bisher betrachtet hast.

22. Wir sagen oft, dass die Arbeit, die von einem statischen E-Feld verrichtet wird, **wegunabhängig** ist. Erkläre die Bedeutung dieser Aussage aus Deinen bisherigen Ergebnissen heraus.

Ressourcen: Überfliege diese Clips und Infos vorm Treffen!

- [Wir können Vektor-Felder mehrerer Quellen addieren](#)

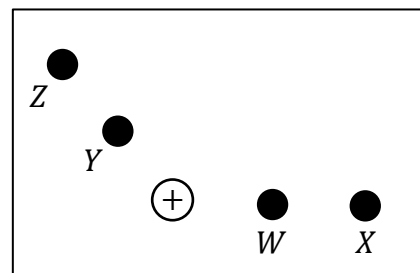


- [E- und G-Felder sind potentielle Speicher für Energie](#)
- [Die Lage eines Probetauchens im Feld speichert Energie in potentieller Form](#)
- [Ladung \$q\$ ist die Bereitschaft eines Teilchens Energie im E-Feld zu speichern](#)
- [Electrisches Potential \$\phi\$ ist die Bereitschaft des Felds Energie zu spenden](#)

Konstruktion: Wir bearbeiten diesen Abschnitt gemeinsam!

E-Felder speichern Arbeit als Potentialdifferenz

23. Rechts ist die gleiche Situation, die wir oben kennengelernt haben, mit einer positiven Quelle und vier Punkten drumherum. Angenommen, wir erhöhen nun die Ladung unseres reisenden Teilchens von $+q_0$ auf $+1.3q_0$. Ist die Arbeit, die das E-Feld am Teilchen verrichtet, wenn es von W nach X wandert, *größer*, *kleiner* oder *gleich* der Arbeit, die das E-Feld am ursprünglichen Teilchen verrichtete? Begründen.



24. Und wie steht's mit der Größe „*Arbeit geteilt durch Ladung*“, während sich das neue Teilchen von W nach X bewegt? Ist diese *größer, kleiner* oder *gleich* der „*Arbeit geteilt durch Ladung*“ für das ursprüngliche Teilchen?

Definition: Die **elektrische Potentialdifferenz** $\Delta\varphi_{WX}$ zwischen zwei Punkten W und X definieren wir so:

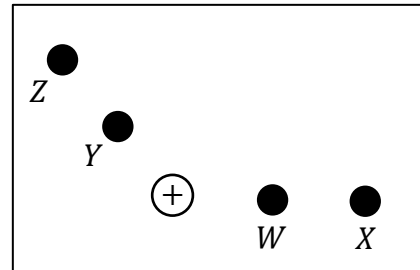
$$\Delta\varphi_{WX} = -\frac{\Delta W_E}{q}$$

Dabei ist ΔW_E die Arbeit, die das Feld verrichtet, während eine Ladung q von Punkt W zu Punkt X wandert. (Und φ ist der kleine griechische Buchstabe „*phi*“)

25. Hängt diese Größe $\Delta\varphi_{WX}$ vom *Betrag* der Testladung q ab, mit der wir sie messen? Begründen.
26. Hängt diese Größe $\Delta\varphi_{WX}$ vom *Vorzeichen* der Testladung q ab, mit der wir sie messen? Begründen.

Die von einer Potentialdifferenz geleistete Arbeit hängt von Ladung ab

27. Rechts sehen wir wieder die vier Punkte in der Nähe einer positiv geladenen Quelle. Die Punkte W und Y sind gleich weit von der Quelle entfernt, ebenso die Punkte X und Z . Stelle Dir vor, wir lassen ein geladenes Teilchen mit der Masse $m_0 = 3 \times 10^{-8}$ kg aus dem Ruhezustand bei W los und eine kurze Zeit später beobachten wir, dass es am Punkt X vorbeifliegt. Ist das Teilchen *positiv* oder *negativ* geladen? Begründen.

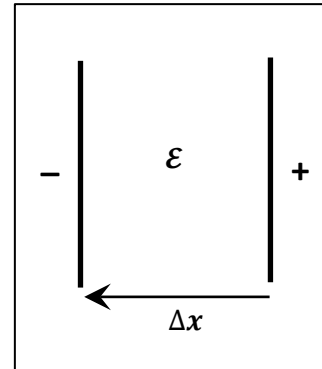


28. Angenommen, die Ladung des Teilchens beträgt 2×10^{-6} C und das Tempo des Teilchens beträgt 40 m/s, wenn es am Punkt X vorbeifliegt. Bestimme die Änderung der kinetischen Energie des Teilchens auf der Strecke von Punkt W zu Punkt X .
29. Verwende den Arbeits-Energie-Satz, um die Arbeit zu finden, die das E-Feld zwischen den Punkten W und X am Teilchen verrichtet.
30. Finde die elektrische Potentialdifferenz $\Delta\varphi_{WX}$ zwischen Punkt W und Punkt X .
31. Wenn wir das gleiche Teilchen von Punkt Y loslassen würden, wäre sein Tempo beim Passieren von Punkt Z *größer, kleiner* oder *gleich* 40 m/s? Begründe.
32. Nehmen wir an, wir lassen am Punkt W ein zweites Teilchen mit der gleichen Masse wie das erste los, aber mit der neunfachen Ladung 18×10^{-6} C. Wäre die elektrische Potentialdifferenz zwischen den Punkten W und X anders? Falls das so ist, wie; falls nicht, warum nicht?
33. Wäre das Tempo dieses zweiten Teilchens beim Passieren von Punkt X *größer, kleiner* oder *gleich* dem Tempo des ersten Teilchens beim Passieren von X ? Begründe.
34. Wir schleudern ein Teilchen mit der Masse $m_0 = 3 \times 10^{-8}$ kg vom Punkt Z in Richtung der positiven Quelle, und beim Punkt Y dreht es sich um. Wenn dieses Teilchen eine Ladung $q_0 = 2 \times 10^{-6}$ C hätte, mit welchem Tempo soll es geschleudert werden?
35. Falls das Teilchen stattdessen die Ladung $9q_0 = 18 \times 10^{-6}$ C hat, mit welchem Tempo sollen wir es schleudern? Begründe.

Potential ist ein Hang, und Felder zeigen diesen Hang hinunter!

Felder sind potentielle Speicher: sie speichern Energie durch die Lage eines Teilchens im Feld. Ein Stein in meiner Hand speichert z.B. mehr Energie potentiell im G-Feld als ein Stein auf dem Boden. Das merke ich spätestens dann, wenn ich den Stein loslasse: dann fließt Energie von potentieller (Lage-) zur kinetischen Form – bis der Stein auf meinen Fuß landet! Diese Energie, die meinem Fuß so weh tut, wurde ursprünglich in der hohen Lage des Steins gespeichert. Diese potentiell gespeicherte Energiemenge zeigt sich als die Arbeit, die das Feld an dem Stein verrichtet.

Schaue das Diagramm rechts an. Links ist eine negativ geladene Platte; rechts eine positiv geladene. Der Abstand zwischen den Platten ist Δx , und eine Reise von der positiven zur negative Platte entspricht einer Verschiebung Δx . Diese zwei parallelen Platten verursachen im Raum zwischen sich ein E-Feld \mathcal{E} , das **homogen** ist. Mit anderen Worten: die Feldstärke \mathcal{E} ist an allen Orten zwischen den Platten gleich.



36. Es befindet sich ein Probeteilchen mit positiver Ladung $+q$ zunächst rechts an der Innenseite der positiven Platte. Wie wirkt die positive Platte auf das Probeteilchen? Wie wirkt die negative Platte auf das Probeteilchen?
37. Es wirkt also eine Kraft auf das Probeteilchen: das E-Feld \mathcal{E} übt eine Kraft $F = q\mathcal{E}$ aus, die das positive Probeteilchen *nach links* der negativen Platte entgegen drückt. Zeichne im Diagramm Vektorpfeile ein, die die Richtung dieses E-Feldes \mathcal{E} zeigen.
38. Schreibe einen Ausdruck für die Arbeit ΔW_E auf, die das Feld \mathcal{E} verrichtet, indem es das Probeteilchen durch die ganze Verschiebung Δx von der positiven bis zur negativen Platte schiebt.
39. Ist diese Arbeit ΔW_E *positiv, negativ, oder null*?
40. Laut unserer Definition ergibt sich aus diesem Vorgang eine Änderung des elektrostatischen Potentials: $\Delta\varphi = -\frac{\Delta W_E}{q}$. Schreibe diese Gleichung so um, dass sie einen Ausdruck für ΔW_E ergibt.
41. Jetzt hast Du zwei Gleichungen für ΔW_E . Eliminiere ΔW_E aus beiden Gleichungen, um folgende Gleichung herzuleiten:

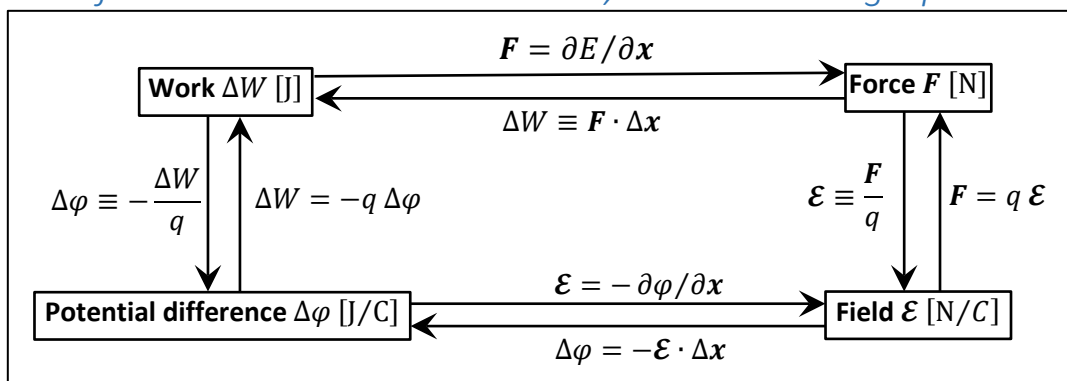
$$\Delta\varphi = -\mathcal{E} \cdot \Delta x$$

Jetzt fassen wir unsere bisherigen Ergebnisse zusammen:

E-Felder	G-Felder
Ein Probeteilchen mit Ladung q in einem E-Feld \mathcal{E} erlebt eine Kraft $q\mathcal{E}$.	Ein Probeteilchen mit Masse m in einem G-Feld g erlebt eine Kraft $m g$.
Verschiebt sich das Probeteilchen um Δx durch das E-Feld, und ist das Produkt $q\mathcal{E} \cdot \Delta x$ <i>positiv</i> , so <i>beschleunigt</i> das Feld das Probeteilchen, und seine kinetische Energie <i>steigt</i> .	Verschiebt sich das Probeteilchen um Δx durch das G-Feld, und ist das Produkt $m g \cdot \Delta x$ <i>positiv</i> , so <i>beschleunigt</i> das Feld das Probeteilchen, und seine kinetische Energie <i>steigt</i> .
Ist andererseits $q\mathcal{E} \cdot \Delta x$ <i>negativ</i> , so <i>bremst</i> das Feld das Probeteilchen, und seine kinetische Energie <i>sinkt</i> .	Ist andererseits $m g \cdot \Delta x$ <i>negativ</i> , so <i>bremst</i> das Feld das Probeteilchen, und seine kinetische Energie <i>sinkt</i> .

Das Produkt $\Delta\varphi \equiv -\mathcal{E} \cdot \Delta x$ ist die Änderung des elektrostatischen Potentials (in Volt \equiv J/C), das beschreibt, wieviel Energie wir im E-Feld <i>pro Coulomb</i> -Probeladung potentiell speichern können.	Das Produkt $\Delta V \equiv -g \cdot \Delta x$ ist die Änderung des gravitationalen Potentials (in J/kg), das beschreibt, wieviel Energie wir im G-Feld <i>pro Kilogramm</i> -Probemasse potentiell speichern können.
Umgestellt besagt diese Gleichung, dass das E-Feld $\mathcal{E} = -\partial\varphi/\partial x$ die negative Steigung (also das Gefälle) des elektrostatischen Potentials φ in die Richtung x ist.	Umgestellt besagt diese Gleichung, dass das G-Feld $g = -\partial V/\partial x$ die negative Steigung (also das Gefälle) des gravitationalen Potentials V in die Richtung x ist.

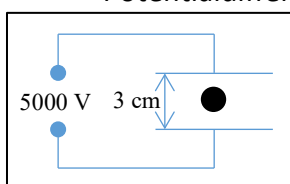
Fazit: Kräfte entstehen durch die Arbeit, die in Feldern gespeichert ist



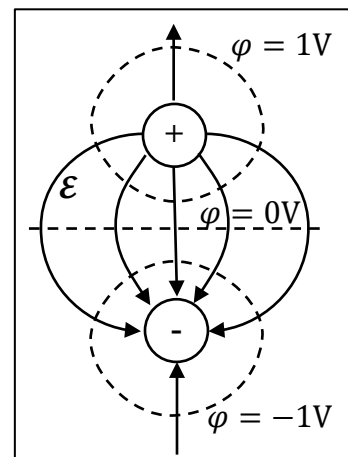
Feldlinien zeigen den schnellsten Weg *bergab*, und zwar *immer* rechtwinklig zu den Linien konstanten Potentials (genannt **Äquipotentiale** – siehe rechts).

Beine strecken

42. **Millikans Versuch:** Ein negativ geladener Öltropfen (s. links) mit Masse 1.36×10^{-14} kg hängt bewegungslos zwischen zwei Platten mit vertikalem Abstand 3 cm und Potentialdifferenz 5000 V zueinander. (a) Was ist die Ladung des Tropfens? (b) Welcher Aspekt Deines Ergebnisses deutet darauf, dass es ein realistischer Wert ist?



(c) Was würde *genau* (!) passieren, wenn wir die Potentialdifferenz zwischen den Platten umdrehen würden?



Numerische Ergebnisse

- 42: $[8.0 \times 10^{-19} \text{C}]$

Konstruktionsübung: Prüfungsvorbereitung!

Dekonstruiere die Musterlösung dieser Aufgabe:

???

Musterlösung:

Verfolgen

???

Engagieren

???

Abstrahieren

???

Anwenden

???

Ergebnis verfolgen

???

Rekonstruiere Deine eigene Lösung zu dieser Aufgabe:

???