Evolving mathematics

Niall Palfreyman, Weihenstephan-Triesdorf University of Applied Sciences

Module 01: Mathematical-physical methods

Thema 24: Elektromagnetische Felder

ILOs: Nach diesem Kapitel kannst Du …

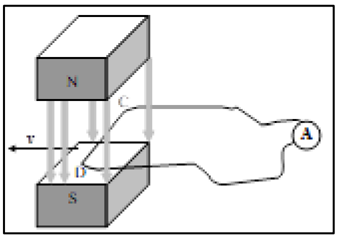
- Lenz' Gesetz und Faradays Gesetz auf Motoren und Generatoren anwenden.

Dekonstruieren: Bearbeite diesen Abschnitt *vorm* Treffen!

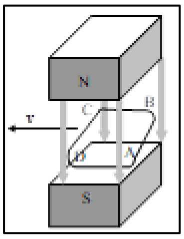
Es waren einmal im 19. Jahrhundert drei große Helden – Michael Faraday, James Clerk Maxwell und Heinrich Lenz – die gemeinsam E- und B-Felder zur weltersten *einheitlichen Feldtheorie* kombinierten: dem ***Elektromagnetismus***. Und die Welt war nie wieder dieselbe …

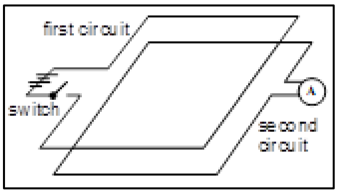
Ein sich änderndes B-Feld erzeugt ein E-Feld

Im 19. Jahrhundert wussten Physiker, dass ein B-Feld, das sich in der Nähe eines leitenden Stromkreises ändert, einen Stromfluss in diesem Stromkreis *induziert*. Wir können Strom auf zwei Arten induzieren: indem wir den Stromkreis in einem nicht gleichförmigen B-Feld bewegen oder indem wir den Stromkreis still halten und das B-Feld variieren.



1. In der oberen Abbildung rechts bewegt sich eine Drahtschleife in das gleichmäßige B-Feld zwischen zwei Magnetpolen. Wenn sich der Stromkreis bewegt, bewegen sich auch die Elektronen darin in das Feld hinein und erfahren somit eine Lorentzkraft $\boldsymbol{F}_B = -e(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$ entlang des Drahtes. Wird dieser Strom von C nach D, oder von D nach C fließen?
2. Die untere Abbildung rechts zeigt eine kleine leitende Schleife, die sich komplett innerhalb des gleichmäßigen Feldbereichs zwischen den Polen des Magneten bewegt. Wird Strom durch die Schleife $ABCD$ fließen?





3. Betrachte nun die beiden Schaltkreise links, die keinen physischen Kontakt miteinander haben. Wenn wir den Schalter im ersten (oberen) Stromkreis schließen, zeigt das Amperemeter im zweiten (unteren) Stromkreis einen kurzen Stromfluss. Wenn wir den Schalter öffnen, fließt noch einmal kurz Strom im zweiten Stromkreis. Könnte der Strom im zweiten Stromkreis durch das B-Feld des Stroms im ersten Stromkreis verursacht worden sein? Erkläre warum (nicht).

Strom muss also durch *Änderungen* in einem B-Feld induziert werden. Aber die Lorentzkraft wirkt nur auf *bewegte* Ladungen, und Elektronen im zweiten Kreis bewegen sich zunächst *nicht*. Warum sollte sich also ein sich änderndes B-Feld auf sie auswirken?! Die Antwort: *Das geht nicht!* Stattdessen …

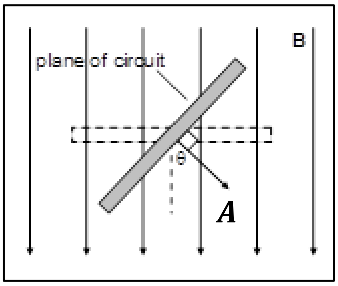
4. *Ein sich änderndes B-Feld **induziert** eine ____________ ____________ differenz!*

Bewegung induziert Strom, indem sie die mit einem B-Feld *verlinkte Fläche ändert*: Es fließt nichts, wenn sich der Stromkreis in einem gleichförmigen Feld befindet. Aber es ist auch der Fall, dass ein *sich änderndes* B-Feld auch Strom induziert! Wir haben also anscheinend hier mit einer neuartigen Größe zu tun, die ein B-Feld mit der Fläche seiner Verlinkung zu einem Stromkreis kombiniert …

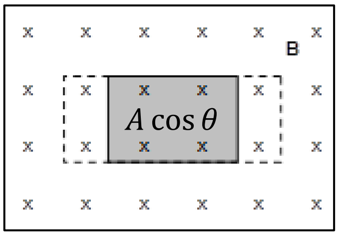
Magnetischer Fluss Φ ist B-Feld-Menge verlinkt mit einem Stromkreis

Der ***magnetische Fluss*** Φ eines Feldes $\boldsymbol{B}$ durch eine mit diesem Feld verlinkte Fläche $\boldsymbol{A}$ ist:

$$\Phi \equiv \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A} = BA\cos\theta$$



Die beiden Diagramme rechts veranschaulichen diese Definition des magnetischen Flusses. Die ***Vektorfläche*** $\boldsymbol{A}$ einer Drahtschleife ist ein Vektor, der normal (d. h. rechtwinklig) auf die Ebene der Schleife zeigt und dessen Betrag gleich der von der Schleife eingeschlossenen Fläche ist (siehe Seitenansichtsdiagramm rechts oben). Neigen wir diese Ebene so, dass ihre Normale einen Winkel θ mit der Richtung eines gleichförmigen B-Feldes $\boldsymbol{B}$ bildet, so ist $A\cos\theta$ die Projektion dieser Fläche auf die Richtung von $\boldsymbol{B}$. Wir nennen diese projizierte Fläche die ***Verlinkung*** zwischen dem B-Feld und der Schleife (siehe Diagramm in der Draufsicht rechts unten).



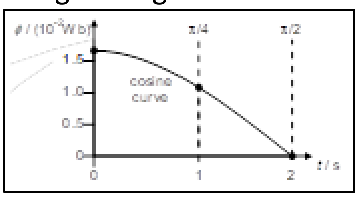
5. Verwende die obige Definition des magnetischen Flusses, um einen Ausdruck für seine Einheit zu finden – den ***Weber*** (**Wb**):

$$[\text{Magnetic flux}] = \text{weber} = \text{T}\underline{\quad}\ \text{m}\underline{\quad}$$

6. Angenommen, die Schleife in den Diagrammen rechts hat eine Fläche von 9 cm und das gleichförmige B-Feld eine Stärke von 2 T. Falls die Schleife in der Papierebene (also senkrecht zum B-Feld liegt, wie groß ist dann der Winkel θ zwischen $\boldsymbol{B}$ and $\boldsymbol{A}$?
7. Wieviel magnetischer Fluss ist in diesem Fall mit der Schleife verlinkt?
8. Wenn wir die Schleife so kippen, dass $\theta = 90°$, beschreibe diese neue Orientierung der Schleife in Bezug auf das B-Feld.
9. Wieviel magnetischer Fluss ist in diesem Fall mit der Schleife verlinkt?
10. Nehmen wir nun an, wir kippen die Schleife so, dass $\theta = 60°$ ist. Wieviel magnetischer Fluss ist in diesem Fall mit der Schleife verlinkt?

Beispiel: Eine kreisförmige Drahtschleife mit einem Radius von 6,5 cm befindet sich in einem gleichförmigen B-Feld der Stärke 1,2 T. Die Schleife dreht sich um eine Achse senkrecht zum B-Feld. Die Ebene der Schleife steht bei $t = 0$ s senkrecht zum Feld und dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{\pi}{4}\,\text{s}^{-1}$ um die Achse. Skizziere in einem Diagramm, wie sich der Fluss durch die Schleife von $t = 0$ s to $t = 2$ s ändert.

Solution: __Verfolgen__: Dies ist genau die Situation in den beiden vorherigen Diagrammen.
__Engagieren__: Die Fläche einer Kreisschleife ist $A = \pi r^2$; Fluss ist $\Phi = BA\cos\theta$; außerdem gilt: $\theta = \omega t$.



__Abstrahieren__: Setze für A und θ in die Gleichung für Φ ein und trage plotte dann die resultierende trigonometrische Funktion in einem Graph.
__Anwenden__: $\Phi = BA\cos\theta = B\pi r^2\cos(\omega t) = 1.2\text{T} \times 1.3 \times 10^{-2}\text{m}^2 \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\,\text{s}^{-1} \times t\ \text{s}\right)$. Also, $\Phi = \Phi_0\cos(\pi t/4)$, wobei $\Phi_0 = 1.6 \times 10^{-2}\text{Wb}$. Der Graph rechts zeigt diese Funktion über die Zeit.

Ressourcen: <u>Überfliege</u> diese Clips und Infos *vorm* Treffen!

???

Konstruktion: Wir bearbeiten diesen Abschnitt <u>*gemeinsam*</u>!

Ein sich ändernder magnetischer Fluss induziert eine Potentialdifferenz

Unter Verwendung dieser Ideen schlug Faraday vor, dass der Betrag der in einem Stromkreis induzierten Spannung (Potentialdifferenz) gleich dem Betrag der Änderungsrate des Magnetflusses durch diesen Stromkreis ist. Dies ist ***Faradays Gesetz***:

$$|\Delta\varphi_{ind}| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right|$$

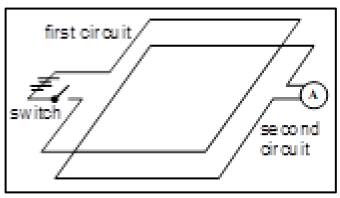
11. Eine kreisförmige Drahtschleife mit einem Widerstand von 12Ω und einer Fläche von $2\ \mathrm{m}^2$ liegt horizontal in einem sich ändernden, gleichmäßigen B-Feld $\boldsymbol{B}$, das immer nach unten zeigt und dessen Stärke zum Zeitpunkt t $B(t) = B_0 + kt^2$ ist, wobei $B_0 = 1.5\ \mathrm{T}$ und $k = 0.50\ \mathrm{T/s^2}$. Verwende Faradays Gesetz, um den *Betrag* des Stroms zu berechnen, der in der Schleife durch dieses Feld zum Zeitpunkt t induziert wird.
12. Welche Beziehung besteht zwischen dieser Antwort und einem Graph von Φ gegen t?
13. Im Beispiel oben haben wir einen Graph von Φ gegen die Zeit für eine rotierende Schleife in einem statischen, gleichmäßigen B-Feld gefunden. Skizziere einen Graph des Betrags des Stroms $|i|$ in dieser Schleife gegen t, wenn die Schleife einen Widerstand von 10Ω hat.

… Aber <*seufz*> wir haben immer noch ein Problem: Faradays Gesetz gibt uns den *Betrag* der induzierten Potenzialdifferenz, aber wie finden wir ihre *Richtung*? Dies war Lenz' Beitrag:

Lenz' Gesetz*: Wenn eine Änderung in einem Stromkreis eine Spannung induziert, führt diese Spannung immer dazu, dass ein Strom in eine Richtung fließt, die der verursachenden Änderung entgegenwirkt.*

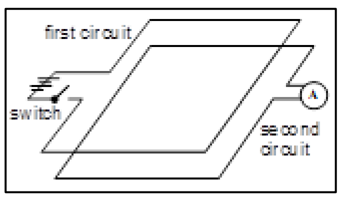
14. Kehre jetzt zu Übung 1 zurück. Verwende das Lenz-Gesetz, um den Strom im Draht dieser Übung zu finden, der der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ des Drahts, der in das B-Feld eintritt, entgegenwirkt. Vergleiche dies mit Deiner Antwort zu Übung 1.
15. Beziehe Dich nun auf Übung 3, in der wir im Stromkreis 1 einen Strom *eingeschaltet* haben und dabei festgestellt haben, dass im Stromkreis 2 eine Glühbirne glühte. Zeichne in der Abbildung rechts einen Pfeil mit der Beschriftung $\Delta\boldsymbol{B}_{batt}$, um das *Wachstum* eines B-Feldes darzustellen, wenn wir die Batterie im Stromkreis 1 einschalten.

Wir *schließen* Schalter in Kreis 1:



16. Zeichne als Nächstes einen Pfeil in derselben Abbildung mit der Beschriftung $\boldsymbol{B}_{ind}$, um die Richtung des induzierten B-Felds darzustellen, das diesem Wachstum $\Delta\boldsymbol{B}_{batt}$ genau *entgegenwirkt*.
17. Zeichne schließlich einen Pfeil, der die Richtung des induzierten Stroms im Stromkreis 2 zeigt, der ein B-Feld in der von Dir gewählten Richtung $\boldsymbol{B}_{ind}$ erzeugen würde.
18. Die nächste Abbildung rechts zeigt die Situation in Übung 3, als wir im Stromkreis 1 den Strom *abgeschaltet* haben und dabei im Stromkreis 2 wieder eine Glühbirne glühte. Zeichne

Wir *öffnen* den Schalter in Kreis 1:



in dieser Abbildung einen Pfeil mit der Bezeichnung $\Delta\boldsymbol{B}_{batt}$, um den *Abklang* des B-Felds auf Null darzustellen, wenn wir die Batterie im Stromkreis 1 ausschalten.

19. Verwende Lenz' Gesetz, um die Richtung des Stroms zu bestimmen, der durch diese Änderung im Stromkreis 2 induziert wird.

Maxwell: Ein sich änderndes E-Feld erzeugt ein B-Feld

1865 entwickelte Maxwell die Theorie des Elektromagnetismus, die das gesamte Verhalten von E- und B-Feldern in nur 5 Gleichungen ausdrückte: dem Lorentz-Kraftgesetz und den vier Maxwell-Gleichungen:

Maxwell's Equations	
1. $\frac{\partial}{\partial x} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}} = \rho/\varepsilon_0$	*E-Feldlinien beginnen auf positiven Ladungsverteilungen und enden auf negativen Ladungsverteilungen ρ.*
2. $\frac{\partial}{\partial x} \times \boldsymbol{\mathcal{E}} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$	*Rotierende E-Felder werden auch durch sich ändernde B-Felder erzeugt.*
3. $\frac{\partial}{\partial x} \cdot \boldsymbol{B} = 0$	*B-Feldlinien sind geschlossene Schleifen ohne Anfang oder Ende.*
4. $\frac{\partial}{\partial x} \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}$	*B-Felder entstehen durch elektrische Ströme $\boldsymbol{j}$ oder auch durch sich ändernde E-Felder.*

Die Maxwell-Gleichungen können in nur vier Zeilen so viel sagen, weil sie in der kompakten mathematischen Sprache der *Vektoranalysis* geschrieben sind. Wir werden später mehr über die Vektoranalysis erfahren, aber in der Zwischenzeit können wir die Schönheit der Maxwell-Gleichungen in Textform trotzdem schätzen:

20. ***Faradays Gesetz*** ist die Grundidee der elektromagnetischen Induktion: *Ein sich zeitlich änderndes Magnetfeld erzeugt ein elektrisches Feld*. Welche der Maxwell-Gleichungen drückt Faradays Gesetz aus?
21. Maxwells eigener Beitrag bestand darin, vorzuschlagen, dass auch eine komplementäre Version von Faradays Gesetz zutreffen könnte: *Ein elektrisches Feld, das sich mit der Zeit ändert, erzeugt ein magnetisches Feld*. Welche der Maxwell-Gleichungen drückt diesen Vorschlag aus?
22. Wenn wir die Platten eines Kondensators aufladen, entsteht zwischen den Platten ein B-Feld, das nur während des Aufladens der Platten vorhanden ist; Sobald die Platten vollständig geladen sind, verschwindet das B-Feld. Inwiefern unterstützt diese Beobachtung den Vorschlag von Maxell?

Maxwells Theorie erklärt Licht!

Wenn wir Maxwells Vorschlag annehmen, bietet die schöne Symmetrie zwischen sich ändernden E- und B-Feldern eine aufregende neue Möglichkeit: Vielleicht können wir die Felder so anordnen, dass sie sich gegenseitig unterstützen. Nehmen wir zum Beispiel an, wir haben ein vertikales E-Feld ↑ ganz allein im Raum. Dieses Feld wird natürlich abklingen, weil es keine Quellen gibt, um es aufrechtzuerhalten. Aber Abklingen ist auch eine Form der Veränderung, also erzeugt das abklingende E-Feld ein B-Feld → rechtwinklig dazu. Auch dieses B-Feld wird natürlich abklingen, weil es keine Quellen gibt, um es aufrechtzuerhalten. Aber Abklingen ist auch eine Form der Veränderung, also erzeugt das abklingende B-Feld ein E-Feld ↑ rechtwinklig dazu. Und so weiter …

Maxwells tolle Idee: *Vielleicht kann ein sich änderndes E-Feld ein sich änderndes B-Feld erzeugen, das wiederum ein sich änderndes E-Feld erzeugt, das wiederum …* !

Maxwell konnte beweisen, dass seine Gleichungen diese Möglichkeit tatsächlich zulassen, aber nur, wenn diese Änderungen in den Feldern sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit c bewegen, für die gilt:

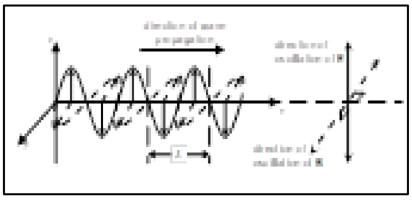
$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

wobei ε_0 und μ_0 die Permittivitäts- und Permeabilitätskonstanten des Vakuums sind. Wenn die Geschwindigkeit geringer wäre, könnte das B-Feld das E-Feld nicht aufrecht erhalten, und wenn die Geschwindigkeit höher wäre, könnte das E-Feld das B-Feld nicht aufrecht erhalten.

23. Schlage die Zahlenwerte dieser Konstanten nach und verwende die obige Gleichung, um den Wert von c zu berechnen. Was fällt Dir auf?

Maxwell stellte diese Gleichung während seines Urlaubs in Schottland auf, konnte sich jedoch nicht mehr an den Wert von μ_0 erinnern, sodass der arme Herr unsere Aufgabe 23 erst sechs Wochen später beantworten konnte, als er nach London zurückkehrte. Er hat diesen aufgeregten Kommentar gemacht:

“*Diese Geschwindigkeit ist der von Licht so nahe, dass wir einen guten Grund zu der Annahme haben, dass Licht […] eine elektromagnetische Störung ist, die sich gemäß elektromagnetischen Gesetzen ausbreitet.*”

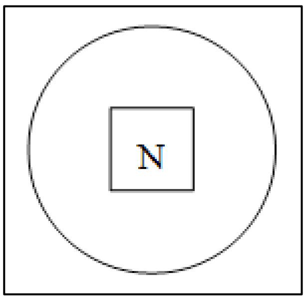


Maxwells Theorie erklärte die Natur des Lichts und sagte auch das gesamte elektromagnetische Spektrum voraus. Seine Gleichungen sind die Krönung der Wissenschaft des 19. Jahrhunderts und wurden 20 Jahre später bestätigt, als Heinrich Hertz elektrische Wechselströme erzeugte, die sich mit der Frequenz f ändern. Diese Beschleunigungen im Strom übertragen elektromagnetische Wellen mit der Wellenlänge λ.

24. Welche Gleichung müssen λ und f erfüllen, wenn Maxwells Vorhersage der Lichtgeschwindigkeit richtig ist?

Fuß fassen

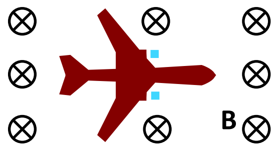
25. Was ist der Unterschied zwischen den Begriffen *magnetischer Fluss*, *magnetische Flussdichte* und *magnetische Flussverkettung*?
26. Nenne Faradays Gesetz und Lenz’ Gesetz.
27. Erkläre die Richtung der Spannung in einem Kupferstab, der sich senkrecht zu einem B-Feld bewegt.
28. Eine ***vertikal polarisierte*** elektromagnetische Welle ist eine, bei der das E-Feld nur in eine vertikale Richtung zeigt; bei normaler Sonneneinstrahlung zeigt das E-Feld in alle Richtungen senkrecht zur Laufrichtung der Welle. Wie könnten Deiner Meinung nach ein fotografischer Polarisationsfilter aus dem reflektierten Sonnenscheins vom Wasser die Blendung entfernen?
29. Es ist gefährlich, beim Autofahren eine Polaroid-Sonnenbrille zu tragen, da sie die Mosaikstruktur von Belastungsmustern in gehärteten Glaswindschutzscheiben zeigt. Wieso?
30. In der Abbildung rechts liegt ein leitender Ring innerhalb der Blattebene. Ein Stabmagnet wird mit seinem Südpol nach unten durch den Ring abgesenkt (da wir von oben auf den



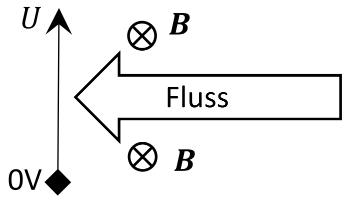
Ring blicken, sehen wir im Diagramm des Magneten nur den Nordpol). In welche Richtung fließt der Strom im Ring? Erkläre Deine Antwort.

Bergsteigen

31. Eine Spule mit Fläche $0.23\ \mathrm{m}^2$ steht senkrecht zu einem 2 mT B-Feld. (a) Was ist der magnetische Fluss durch die Spule? (b) Was ist die Flussverkettung bei 150 Windungen? (c) Das B-Feld wird über 2.5 s gleichmäßig auf 1.5 mT reduziert. Welche Spannung wird induziert?
32. Ein Flugzeug (rechts) mit Spannweite 30 m fliegt mit Geschwindigkeit $100\ \mathrm{ms}^{-1}$ senkrecht zum $60\ \mu\mathrm{T}$ B-Feld der Erde. Was ist der Betrag und die Richtung der induzierten Spannung in den Flügeln?



33. Ein ***Hall-Effekt***-Durchflussmesser misst die Fließgeschwindigkeit einer Flüssigkeit in einem Rohr, indem er diese durch ein B-Feld fließen lässt. Im Diagramm rechts zeigt dieses B-Feld senkrecht in die Ebene des Blatts hinein. Das B-Feld übt eine Lorentzkraft auf die Elektronen und Protonen der Flüssigkeit aus und verursacht somit den Aufbau einer messbaren Spannung U zwischen den zwei Seiten des Rohrs (oben und unten im Diagramm). Ist der Spannungswert U im Diagramm positiv oder negativ? ***Merke:*** *Du bekommst keine Punkte für Deine Antwort, sondern nur für die Begründung!*



Ein paar philosophische Gedanken …

Obwohl Maxwells Arbeit aus der Wissenschaft des 19. Jahrhunderts entstand, bedeutete es auch wirklich das Ende der Newtonschen (klassischen) Physik! Die nächsten beiden Übungen untersuchen, wie das passiert ist:

34. Die experimentelle Bestätigung von Maxwells Arbeit durch Hertz bewies ein weiteres von Maxwell vorhergesagtes Ergebnis: *Beschleunigte geladene Teilchen erzeugen elektromagnetische Strahlung*. Erkläre, warum dies bedeutet, dass Elektronen, die sich in einem Atom bewegen, langsamer werden und in den Atomkern fallen sollten. Warum passiert das nicht? Die Antwort auf diese Frage kam zu Beginn des 20. Jahrhunderts mit der Entstehung der ***Quantentheorie***.
35. Der konstante Wert c in den Lösungen der Maxwell-Gleichungen ist ein großes Problem. Es hat eindeutig die Einheiten der Geschwindigkeit, und es ist tatsächlich die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts. Die Maxwell-Gleichungen besagen jedoch sehr deutlich, dass c eine *Konstante* ist – ihr Wert ist immer und überall gleich. Erkläre, warum diese Konstanz von c ein Problem für die Newtonsche Physik ist. Dies verwirrte Maxwell zeitlebens, und seine Antwort führte 1905 zur ***Relativitätstheorie***.

Numerische Ergebnisse

- 31: [(a) 4.6×10^{-4} Wb; (b) 0.069 Wb; (c) 6.9×10^{-3} V]
- 32: [0.18 V; ↑]

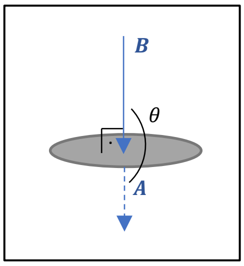
Konstruktionsübung: *Prüfungsvorbereitung*!

Dekonstruiere die Musterlösung dieser Aufgabe:

Eine Spule hat 150 Windungen mit Fläche $0.23\ \mathrm{m}^2$, die jeweils senkrecht zu einem $2\ \mathrm{mT}$ B-Feld liegen. (a) Was ist der magnetische Fluss durch die Spule? (b) Was ist die Flussverkettung zwischen Spule und B-Feld? (c) Ich reduziere das B-Feld über 2.5 s gleichmäßig auf $1.5\ \mathrm{mT}$. Welche Spannung wird in der Spule induziert?

Musterlösung:

Verfolgen



Die Fläche einer Windung einer Spule beträgt $|\boldsymbol{A}| = 0.23\ \mathrm{m}^2$. Die Spule hat insgesamt $N = 150$ Windungen. Diese Fläche steht senkrecht zu einem B-Feld, das $|\boldsymbol{B}| = 2 \times 10^{-3}\ \mathrm{T}$ beträgt. Wir wollen den magnetischen Fluss ϕ durch die Spule berechnen und die Flussverkettung zwischen Spule und B-Feld ermitteln. Ebenfalls ist nach der Spannung U gefragt, die induziert wenn, wenn das B-Feld über $t = 2.5$ s gleichmäßig auf $B = 1.5 \times 10^{-3}$ reduziert wird.

Engagieren

Der magnetische Fluss durch eine Spule beschreibt die Anzahl der B-Feldlinien durch die Fläche A: $\Phi = \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A}$. In der Flussverkettung ist auch die Anzahl N der Windungen zu berücksichtigen. Mit Hilfe von Faradays Gesetz können wir die induzierte Spannung U berechnen: $|U| = \left|\frac{d}{dt}(N\Phi)\right|$.

Abstrahieren

1. Verwende das Skalarprodukt, um den magnetischen Fluss Φ zu berechnen.
2. Multipliziere Φ mit der Anzahl der Windungen um die Flussverkettung zu erhalten.
3. Verwende Faradays Gesetz, um die induzierte Spannung U zu ermitteln.

Anwenden

1. Die beiden Vektoren $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ haben jeweils einen Betrag und eine Richtung. Der Winkel zwischen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ beträgt $\theta = 0°$. Der magnetische Fluss ϕ ist für jede Windung gleich:
$$\Phi = \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A} = B\, A \cos(0°) = 2 \times 10^{-3}\ \mathrm{T}\ \times\ 0.23\ \mathrm{m}^2 = \underline{4.6 \times 10^{-4}}\ \mathrm{T\,m}^2$$
$$= \underline{4.6 \times 10^{-4}}\ \mathrm{Wb}$$
2. Da die B-Feldlinien durch alle Windungen der Spule durch müssen, multiplizieren wir die Anzahl der Windungen mit Φ:
$$N\Phi = 150 \times 4.6 \times 10^{-4}\ \mathrm{Tm}^2 = \underline{0.069}\ \mathrm{T\,m}^2 = \underline{0.069}\ \mathrm{Wb}$$
3. Wir setzen in Farradays Gesetz ein, um U zu ermitteln:
$$|U| = \left|\frac{d}{dt}(N\Phi)\right| \simeq \left|\frac{\Delta(N\Phi)}{\Delta t}\right| = \left|\frac{0.069\ \mathrm{Tm}^2 - (150 \times 1.5 \times 10^{-3}\mathrm{T} \times 0.23\ \mathrm{m}^2)}{2.5\ \mathrm{s}}\right|$$
$$= \underline{6.9 \times 10^{-3}}\ \frac{\mathrm{T\,m}^2}{\mathrm{s}}$$

Ergebnis verfolgen

Da uns die Erfahrung in diesem Bereich fehlt, können wir nicht sagen, ob die Spannung U vernünftig ist. Wir können aber überprüfen, ob die Einheiten stimmen. Dazu führen wir eine Dimensionsrechnung durch. Aus dem Lorentz'schen Kraftgesetz $\mathbf{F}_B = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ folgt für die Einheiten:

$$[\mathrm{N}] = [\mathrm{C}]\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right][\mathrm{T}] \Longrightarrow [\mathrm{T}] = \frac{[\mathrm{N}]\,[\mathrm{s}]}{[\mathrm{C}]\,[\mathrm{m}]} = \frac{[\mathrm{N}]\,[\mathrm{s}]\,[\mathrm{V}]}{[\mathrm{J}]\,[\mathrm{m}]} = \frac{[\mathrm{kg}]\,[\mathrm{m}]\,[\mathrm{V}]\,[\mathrm{s}]}{[\mathrm{s}^2]\,[\mathrm{J}]\,[\mathrm{m}^3]} = \frac{[\mathrm{kg}][\mathrm{m}]\,[\mathrm{V}]\,[\mathrm{s}]\,[\mathrm{s}^2]}{[\mathrm{s}^2]\,[\mathrm{kg}]\,[\mathrm{m}^3]}$$
$$= \frac{[\mathrm{V}]\,[\mathrm{s}]}{[\mathrm{m}^2]}$$

Also gilt deshalb: $[\mathrm{V}] = \frac{[\mathrm{T}]\,[\mathrm{m}^2]}{[\mathrm{s}]}$. Die Einheitsberechnung ist also richtig. Das ist ein gutes Zeichen!

Rekonstruiere Deine eigene Lösung zu dieser Aufgabe:

Ein Flugzeug mit Spannweite $30\,\mathrm{m}$ fliegt horizontal mit Geschwindigkeit $150\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ senkrecht zum nach unten gerichteteten $60\,\mu\mathrm{T}$ B-Feld der Erde. Was ist der Betrag und die Richtung der induzierten Spannung in den Flügeln?