Evolving mathematics

Niall Palfreyman, Weihenstephan-Triesdorf University of Applied Sciences

Module 01: Mathematical-physical methods

Thema 27: Wie wachsen und zerfallen Systeme?

ILOs: Nach diesem Kapitel kannst Du …

- Rekursives, exponentielles Wachstum von Bakterien erklären;
- Exponentiellen Abbau von Blutalkohol erklären;
- Exponentielle Prozesse am Beispiel von Radio-Carbon-Dattierung anwenden.

Dekonstruieren: Bearbeite diesen Abschnitt *vorm* Treffen!

exp: Konstante Zeitschritte ergeben gleichmäßiges Vervielfachen

1. Du hast ein Blatt Papier mit einer Dicke von $0.1\ \mathrm{mm}$. Du faltest es einmal und das Ergebnis ist $0.2\ \mathrm{mm}$ dick. Du faltest es zweimal und es ist $0.4\ \mathrm{mm}$ dick. Dreimal, und es ist $0.8\ \mathrm{mm}$. Viermal: $1.6\ \mathrm{mm}$. Achtmal: $1.6\ \mathrm{mm}$. Und so weiter. Wenn Du dies 45 Mal tust, wie dick wird Dein Papier sein? Wird es (a) Deinen Kopf, (b) die Wolken oder (c) den Mond erreichen?

Dies ist ein Beispiel für einen ***exponentiellen Vorgang***: Jedes Mal, wenn Du das Papier faltest, dauert dieses Falten eine konstante Zeitspanne, aber bei jedem dieser konstanten Schritte verdoppelt sich die Dicke des Papierblatts, sodass die Effekte sehr schnell größer werden. Die Biologie nutzt diesen Trick, um in wenigen Schritten große Effekte zu erzielen …

2. Um Stunde 0 habe ich eine Hefezelle namens Jeff. Nach 1 Stunde teilt sich Jeff in 2 Zellen. Nach einer weiteren Stunde verdoppeln sich diese wieder in $2^2 = 2 \times 2 = 4$. Nach einer weiteren Stunde verdoppeln sie sich wieder und so weiter. Erstelle eine Tabelle mit Werten der Zellpopulation über 9 Stunden:

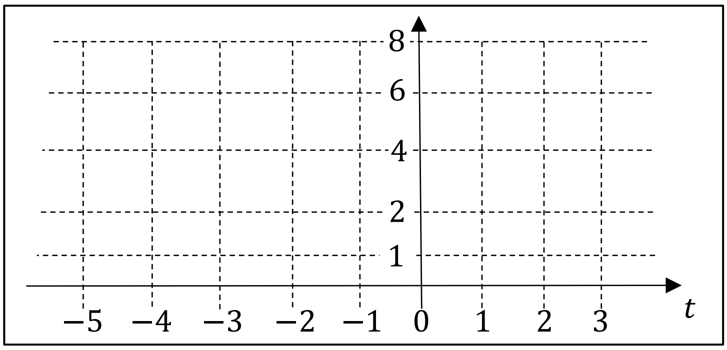
Zeit (t/h):	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pop 2^t:	1	2	4							

3. Wie lang dauert es, bis sich die Zellen verdoppeln? _______ Vervierfachen? ________
4. Letztes Weihnachten schenkte mir meine Frau 128 Pralinen. Nach einer Stunde aß sie sie auf die Hälfte herunter: $128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 128 \times 2^{-1} = 64$. Nach einer weiteren Stunde halbierte sie sie wieder auf $128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 128 \times 2^{-2} = 32$. Erstelle eine Tabelle meiner traurigen Schokoladengeschichte über 8 Stunden:

Zeit (t/h):	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Bruchteil 2^{-t}:	1	1/2	1/4						
Pralinen 128×2^{-t}:	128	64	32						

Wie lang dauert es, bis sich die Pralinen halbieren? ________ Vierteln? _________

5. Verwende die Werte aus den vorigen Aufgaben, um einen Graphen der Funktion $x(t) = 2^t$ über den Bereich $-5 \leq t \leq 3$ in den Achsen rechts zu skizzieren.



6. Meine neue Hefezelle Suzanne ist fitter als Jeff – sie *verdreifacht* ihre Population stündlich. Wie lautet die Gleichung für Suzannes Populationskurve im Zeitverlauf? ($x(t) =$ ____________) Konstruiere eine Tabelle dieser Populationsfunktion über den Bereich $-5 \leq t \leq 2$ und plotte diese Funktion in denselben Achsen oben.
7. Verwende dieselben Achsen, um die neuen Kurven 2^{-t} und 3^{-t} zu skizzieren.
8. Welchen Wert haben alle dieser Graphen gemeinsam?
9. Wie hängt die Kurve $x(t) = 3^t$ mit dem Graphen $x(t) = 3^{-t}$ zusammen?

Eine ***Exponentialfunktion*** ist *jede* Funktion der Form $f(x) = a^x$, wobei die Zahl a die ***Basis*** unserer Exponentialfunktion f genannt wird. ***<u>Die</u> Exponentialfunktion*** $\exp(\,)$ verwendet die spezielle Basis $e \equiv 2.718\cdots$ und wir schreiben $\exp(x) \equiv e^x$.

10. Eine exponentiell wachsende Bakterienpopulation hat die ***Zeitkonstante*** τ, wobei $P(t) = P_0\, e^{t/\tau}$. Was bedeutet die Zahl P_0: Zu welchem Zeitpunkt t gilt $P(t) = P_0$?
11. What is the meaning of the time constant τ? That is, what has happened to the size P of the population after a time period τ? What happens to P after a time interval 2τ?
12. Sketch a graph of P against t. Consider both positive and negative values of time t.

Atome enthalten Nukleonen und Elektronen

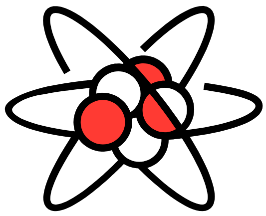
Jedes Atom besteht aus ***Nukleonen*** und ***Elektronen***. Nukleonen (also ***Protonen*** und ***Neutronen***) sind in einem ***Atomkern*** (oder ein Nukleus) enthalten; Elektronen umgeben den Atomkern. (Siehe Bild rechts eines neutralen Kohlenstoffatoms mit 6 Protonen und 6 Elektronen)

Subatomare Teilchen haben Eigenschaften wie Ladung und Masse, wie z.B. für Nukleonen und Elektronen in der Tabelle rechts angegeben.

Atome sind Sehr, Sehr Klein!

- Ein Atom hat ein Durchmesser von nur einem Zehntel eines Nanometers (10^{-10} m). Wenn wir zum Beispiel 4 Millionen Eisenatome nebeneinanderstellen würden, hätten sie eine Länge von nur einem Millimeter.
- Der Atomkern ist aber noch viel kleiner. Obwohl Nukleonen 2000-mal so massiv wie Elektronen sind, macht der Kern nur einen winzigen Bruchteil des Volumens des Atoms aus.

Ein $^{12}_{6}$C-Atom – 12 Nukleonen umgeben von 6 Elektronen:



Teilchen	Ladung	Atom-masse
Proton	$+e$	1
Neutron	0	1
Elektron	$-e$	0.0005

Standardnotation:

(Massenzahl)

$^{12}_{6}\mathrm{C}$ (Element)

(Atomzahl)

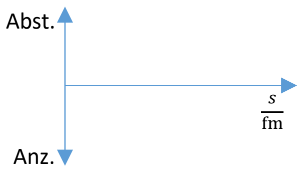
α-Zerfall:

$$^{236}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{232}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\alpha$$

β-Zerfall:

$$^{187}_{75}\mathrm{Re} \longrightarrow {}^{187}_{76}\mathrm{Os} + \mathrm{e} + \bar{\nu}$$

Starke Kernkraft:



Wenn wir die Sonne auf die Größe eines Goldatomkerns schrumpfen würden, wäre das äußerste Elektron des Goldatoms zweimal so weit davon entfernt wie Pluto!

Isotope haben dieselbe Protonenzahl

Die ***Protonenzahl*** (auch ***Atomzahl***) ist die Anzahl der Protonen im Atomkern und hat das Symbol *Z*. Unterschiedliche ***Elemente*** haben unterschiedliches *Z*.

In einem neutralen Atom ist die Anzahl der Elektronen auch gleich *Z*.

Die Atomnummer *Z* entscheidet die *chemischen* Eigenschaften des Elements.

Die ***Nukleonenzahl*** ist die Gesamtzahl von Protonen und Neutronen im Kern. Da Nukleonen alle Atommasse 1 haben, gibt die Nukleonenzahl auch die ***Massenzahl*** des Atoms an.

Isotope sind Atomarten, deren Atomkerne gleich viele Protonen, aber unterschiedlich viele Neutronen enthalten. Sie haben also die gleiche Atomzahl, stellen daher das gleiche Element dar, weisen aber verschiedene Massenzahlen auf.

Wenn wir die Anzahl der Neutronen in einem Isotop erhöhen, wird der Kern unstabiler; dabei bleiben aber *Z* und somit auch die chemischen Eigenschaften des Isotops gleich. Unstabile Isotope können ***radioaktiv*** sein, und zerfallen um sich zu stabilisieren.

Radioaktiver Zerfall muss die starke Kernkraft überwinden

Positiv geladene Protonen stoßen sich ab und werden im Kern durch die ***starke Kernkraft*** zusammengeklebt. Diese Kraft ist *viel* stärker als die elektrische Kraft, wirkt aber nur über die megawinzigen Strecken ($\sim 1\ \mathrm{fm} = 1 \times 10^{-15}\ \mathrm{m}$) im Kern.

α-Zerfall findet in riesigen Kernen wie Uran und Radium statt. Der Kern zerfällt in zwei: ein ***α-Teilchen*** (${}_{2}^{4}\alpha$) und ein Atom mit 2 weniger Protonen und Neutronen.

β-Zerfall findet in sehr neutronenreichen Isotopen statt. Ein Neutron im Kern zerfällt in drei: ein Elektron (e), ein **Antineutrino** ($\bar{\nu}$) und ein Proton. Somit steigt die Atomnummer bei gleichbleibender Nukleonenzahl!

Ressourcen: Überfliege diese Clips und Infos *vorm* Treffen!

Wichtig: Bringe Deinen eigenen Computer zu dieser Vorlesung!

- Das Nuklearmodell: Atome bestehen aus Protonen, Neutronen und Elektronen
- Isotope haben dieselbe Protonenzahl aber unterschiedliche Nukleonenzahlen
- Radioaktiver Zerfall muss die starke Kernkraft überwinden
- Es gibt insgesamt vier Kraftarten in unserem Universum
- Radioaktiver Zerfall ist nützlich für Radiocarbondattierung
- Der Zerfallsgraph sieht verdächtig exponentiell aus
- Wir können radioaktiven Zerfall mit der Exponentialfunktion genau berechnen
- Bei solchen Berechnungen ist die Log-Funktion $\boldsymbol{ln}(\ )$ unabdingbar

Konstruktion: Wir bearbeiten diesen Abschnitt *gemeinsam*!

Zwei wichtige Werkzeuge: algebraische und dynamische Modellierung

In der mathematischen Biologie verwenden wir zwei Arten der Modellierung – *algebraische* und *dynamische*:

- ***Algebraische Modellierung*** benützt *Algorithmen*. Ein algebraisches Modell ist ein Satz *algebraischer Gleichungen*, die wir lösen, um das Ergebnis nützlicher biologischer

Situationen vorherzusagen. Die meisten biologisch interessanten Systeme sind jedoch zu komplex dafür und lassen sich daher nicht algebraischen lösen.

- ***Dynamische Modellierung*** benützt *Simulationen*. Ein dynamisches Modell ist ein Satz von *Differentialgleichungen*, deren Struktur den zukünftigen *Verlauf* einer biologischen Situation definiert. Dynamische Modelle sind *immer* in der Lage beliebig komplexe biologische Situation vorherzusagen, garantieren jedoch nicht, schnell oder genau zu sein. Aus diesem Grund verwenden wir häufig ein dynamisches Modell, um das Verhalten eines Systems zu untersuchen, und suchen dann nach ungefähren algebraischen Modellen, die schnellere und genauere Ergebnisse liefern.

Exponentielle Prozesse geben uns die Möglichkeit, beide dieser Arten der Modellierung zu untersuchen …

Algebraische Modelle fragen, was gerade jetzt wahr ist

Szenario: Du fährst heute Abend mit ein paar Freunden in Claras Auto aus. Clara trinkt zwei Gläser Wein, erinnert sich dann aber daran, dass sie noch alle nach Hause fahren muss. Ist das Autofahren für sie sicher? Wenn nicht, wie lange muss sie warten, bis sie legal fahren darf?

- **Annahmen der algebraischen Modellierung**: In diesem Land ist Clara juristisch betrunken, wenn die Volumenkonzentration des Alkohols in ihrem Blut 0,05% beträgt. Ein erwachsener Mensch enthält typischerweise 6 l Blut. Außerdem enthält ein einzelnes Getränk etwa 4 ml Alkohol (zum Beispiel eine 300 ml Dose Bier, ein 100 ml Glas Wein oder ein 25 ml Tequila Sunrise).

Diese Annahmen liefern uns einen Satz algebraischer Gleichungen, deren Lösung Clara sagt, was *gerade jetzt* passiert:

13. Wie hoch ist das Alkoholvolumen A in Claras Körper? $A =$ ___________ ml.
14. Wie hoch ist das Blutvolumen b in Claras Körper? $b =$ ___________ ml.
15. Wir wollen wissen, wie viel Alkohol G in Claras Körper dem gesetzlichen Grenzwert entspricht. Clara erreicht diese Grenze, wenn $\frac{G}{b} \times 100\% = 0.05\%$ ist. Forme diese Gleichung um, um G zu berechnen: $G = \frac{0.05}{100} \times b =$ ___________ ml.
16. Ist es für Clara legal, jetzt Auto zu fahren? ____________

But to handle this situation, we want to know more. If Clara is not allowed to drive *now*, how long must she wait until she can drive? This is a dynamical problem about what will happen in the future, and to answer it we must investigate how the world changes over time.

Dynamische Modelle fragen, wie sich eine Situation über Zeit entwickelt

Stelle Dir Dein Blut als einen Strom aus roten und blauen Murmeln vor. Rote Murmeln sind „gesunde“ Blutkörperchen und blaue Murmeln sind „giftige“ Alkoholmoleküle. Der Alkoholabbau ist ein *Bioprozess* in der Leber: Die Leber holt zufällig eine Handvoll Murmeln heraus und filtert dann die blauen von den roten in der Handvoll heraus.

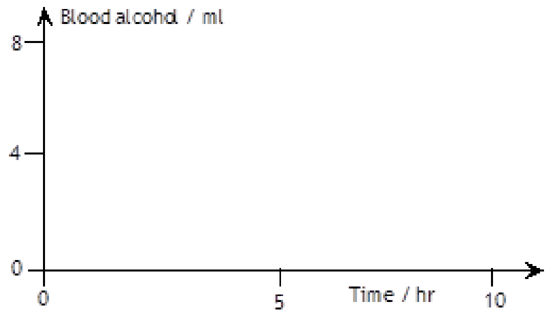
17. Wie schnell wird Alkohol abgebaut, wenn Claras Blutalkohol Null ist? ________ ml/hr.
18. Angenommen, das Blut hat eine *hohe* Alkoholkonzentration (blaue Murmeln). Wird die Leber *mehr*, *weniger* oder *die gleiche* Menge Alkohol pro Stunde entfernen wie bei einer *niedrigen* Alkoholkonzentration im Blut? ___________________

Diese Überlegungen führen uns zu der folgenden dynamischen Modellstruktur:

- **Annahmen für die dynamische Modellierung**: Der Abbau in der Leber reduziert den Alkoholgehalt proportional zur Menge A des Blutalkohols. Wenn Dein Blut $10\ \mathrm{ml}$ Alkohol enthält, baut dies Deine Leber mit einer Rate von $3\ \mathrm{ml/h}$ ab.

Diese Annahme definiert die *Struktur* von Claras Dilemma und diese Struktur bestimmt wiederum das Verhalten, das wir *über Zeit* erwarten:

19. Die rechte Grafik zeigt die proportionale Beziehung zwischen der Menge A an Blutalkohol und der Rate $abbau$ des Alkoholabbaus pro Stunde. Beschreibe diese Beziehung mathematisch als $abbauen \propto A$, oder anders ausgedrückt: $abbauen =$ ________________ .
20. Wenn λ die Steigung dieses Graphen ist, dann gilt $\lambda = \frac{\Delta(abbauen)}{\Delta(A)} =$ __________ $\frac{\mathrm{ml/hr}}{\mathrm{ml}} =$ _____________hr^{-1}.
21. Erstelle nun ein InsightMaker-Modell von Claras Situation, führe dann Deine Simulation aus und kopiere die Kurve in das Diagramm rechts, welches zeigt, wie sich Claras Blutalkohol im Laufe der Zeit verändert.



22. Nach wieviel Zeit schneidet die A(lkohol)-Kurve die G(esetz)-Linie?
23. Wie viele Stunden muss Clara warten, bis sie gesetzlich Auto fahren darf? _____________ hr.

Gratuliere! Du hast gerade Deine erste dynamische Simulation erstellt!

Algebraische Näherungen (falls vorhanden!) erledigen es schneller

Nachdem wir Clara nun sicher nach Hause geschickt haben, sollten wir uns überlegen, wie wir beim nächsten Mal effektiver reagieren können. Wir tun dies, indem wir nach einer algebraischen Gleichung suchen, die die Zukunft schneller und genauer vorhersagen kann.

24. Unsere dynamische Annahme war, dass die Alkoholabbaurate proportional zum aktuellen Blutalkoholspiegel ist. Und die Abbaurate ist einfach die Rate, mit der Alkohol (A) aus dem Blutkreislauf verschwindet:

$$\frac{dA}{dt} = -\lambda\, A$$

Wir nennen dies eine ***Differentialgleichung*** (***DE***), weil sie eine Ableitung (Differential) enthält. Insbesondere nennen wir diese DE die ***Exponentialgleichung***; ihr kenn-zeichnendes Merkmal ist, dass A's Änderungsrate direkt proportional zu A selbst ist.

25. Teste, ob dies eine Lösung der Exponentialgleichung ist: $A(t) = A_0 \exp(-\lambda t)$.
26. OK, jetzt können wir Werte einsetzen. Wie legen wir den Wert von A_0 fest?
27. Was ist der Wert von λ?
28. Welchen Wert von $A(t)$ strebt Clara an?
29. Verwende die Logarithmus-Funktion, um unsere Lösung in die folgende Form umzuschreiben, und berechne somit etwas genauer, wie lange (t_G) Clara warten muss:

$$t_G = -\frac{\log_e(G/A_0)}{\lambda}$$

Fuß fassen

30. Liste die Teilchen eines Atoms auf und gib ihre Ladungen und Massen an.
31. Definiere die Begriffe *Protonenzahl* und *Nukleonenzahl*.
32. Was ist ein Isotop?
33. Was im Atomkern verursacht eine elektrostatische Kraft?
34. Welchen Beleg gibt es für die Existenz einer starken Kernkraft?
35. Was macht ein Atom radioaktiv?
36. Definiere Radioaktivität. In welchen Einheiten wird sie gemessen?
37. Skizziere ein Graph über Zeit der unzerfallenen Atome in einer radioaktiven Probe.
38. Was bedeutet der Begriff *Halbwertszeit*?
39. Beschreibe, wie Datierung nach der Radio-Carbon-Methode funktioniert.
40. Die Gleichung $x(t) = x_0 \cdot e^{\pm t/\tau}$ beschreibt das Wachsen/Zerfallen einer Probe x über Zeit t, wobei x_0 die Anfangsmenge der Probe ist, und τ eine Konstante mit Einheiten Sekunde. x könnte z.B. eine Bakterienkolonie in einer Petrischale sein, Geld auf der Bank, oder 10 Gram radioaktives Uran. Wieviel dieses Probestoffs ist zu den Zeitpunkten $t = 0, \tau, 2\tau, 3\tau, \cdots$ vorhanden? Teste sowohl den Wachstumsfall (positiver Exponent) als auch den Fall des Zerfalls (negativer Exponent).

Muskeltraining

41. Beschreibe das Nuklearmodell des Atoms.
42. Wie viele Protonen, Neutronen und Elektronen sind im Atom $^{16}_{8}\mathrm{O}$?
43. Definiere den Begriff *Isotop*. Beschreibe die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen zwei Isotopen desselben Elements.
44. Die Zählrate einer G-M-Röhre 10 cm von einer γ-Quelle ist $240\ \mathrm{s}^{-1}$. Welche Zählrate erwartest Du 40 cm von der Quelle entfernt?
45. Was versteht man unter der *stochastischen* Natur radioaktiven Zerfalls?
46. Bei einer Probe von zunächst 50 000 radioaktiven Atomen misst Du eine Radioaktivität 750 Bq. Hintergrundaktivität Deines Labors ist 50 Bq. (a) Berechne die Zerfallskonstante der Probe. (b) Was ist die Halbwertszeit? (c) Ungefähr wie viele radioaktive Atome bleiben nach 300 s übrig?
47. Radium-226 durchläuft α-Zerfall zu Radon; vervollständige die abgeglichene Reaktionsgleichung: $^{226}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{\_\_}_{\_\_}\mathrm{Rn} + {}^{\_\_}_{\_\_}\_\_\_\_$.
48. Kalium-40 $(Z = 19,\ \ A = 40)$ durchläuft β-Zerfall zu Kalzium. Schreibe eine abgeglichene Reaktionsgleichung für diese Reaktion auf.
49. Die Gesamtmasse von 2 Protonen plus 2 Neutronen ist 6.695×10^{-27} kg, die Masse des α-Teilchens ist 6.645×10^{-27} kg und $c \approx 3.00 \times 10^{8}\ \mathrm{ms}^{-1}$. Berechne die Energie, die bei der Bildung eines α-Teilchens freigesetzt wird. Wo kommt sie her?

Numerische Ergebnisse

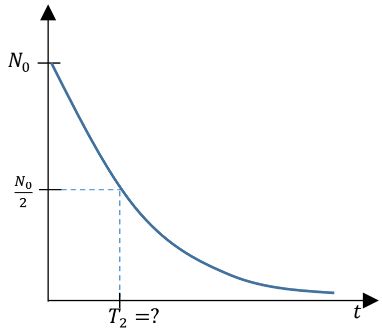
- 42: [8;8;8]
- 44: [$15\ \mathrm{s}^{-1}$]
- 46: [(a) $0.014\ \mathrm{s}^{-1}$; (b) 49.5 s; (c) 750]
- 47: [$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\alpha$]
- 48: [$^{40}_{19}\mathrm{K} \longrightarrow {}^{40}_{20}\mathrm{Ca} + {}^{0}_{-1}\beta + \bar{\nu}_e$]
- 49: [4.5×10^{-12} J]

Konstruktionsübung: *Prüfungsvorbereitung*!

Dekonstruiere die Musterlösung dieser Aufgabe:

In einer radioaktiven Probe sind 1000 radioaktive Atome zum Zeitpunkt $t = 0$ s. Zum Zeitpunkt $t = 20$ s sind noch 900 radioaktive Atome in der Probe vorhanden. Was ist die Halbwertszeit der Atome?

Musterlösung:



Verfolgen

Wir haben eine Probe vorliegen, die einen radioaktiven Zerfall aufweist. Das heißt, die Radioaktivität sinkt um einen konstanten Faktor in gleichmäßigen Zeitabständen. Es ist also ein exponentieller Prozess. Am Anfang, also zum Zeitpunkt $t = 0$ s haben wir $N(t) = N(0) = N_0 = 1000$ radioaktive Atome. Zum Zeitpunkt $t = 20$ s sind es nur noch $N(20) = 900$ Atome. Die Halbwertszeit T_2 ist die Zeit, bei der nur noch die Hälfte der ursprünglichen Anzahl der Atome vorhanden ist, also $N(T_2) = \frac{1}{2}N_0 = 500$ Atome.

Teilnehmen

Da dieser Prozess exponentiell ist, lässt er sich beschreiben durch die Gleichung: $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, wobei λ die spezifische Zerfallskonstante des Stoffes ist. Wir müssen diese Zerfallskonstante berechnen, um die Halbwertszeit zu bestimmen.

Abstrahieren

1. Setze in die Exponentialgleichung ein und ermittle die spezifische Zerfallskonstante λ der Probe.
2. Berechne die Halbwertszeit T_2, bei der nur noch die Hälfte der ursprünglichen Atome vorhanden sind.

Anwenden

1. Wir wissen, dass am Anfang $N_0 = 1000$ Atome vorhanden sind. Nach $t = 20$ s beträgt die Anzahl der Atome $N(20) = 900$. Deshalb setzen wir diese Werte in die Exponentialgleichung $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ ein und lösen nach λ auf:
$$\begin{aligned} 900 &= 1000 \cdot \exp(-\lambda \cdot 20\mathrm{s}) \\ \ln(900) &= \ln(1000) - \lambda \cdot 20\mathrm{s} \\ \lambda \cdot 20\mathrm{s} &= \ln(1000) - \ln(900) \\ &= \ln\left(\frac{1000}{900}\right) \\ \lambda &= \frac{\ln(10/9)}{20\mathrm{s}} \simeq \underline{5.268 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}} \end{aligned}$$
2. Jetzt setzen wir N_0, λ und $\frac{1}{2}N_0$ in die Exponentialgleichung ein und lösen nach t auf um die Halbwertszeit zu bestimmen:
$$\begin{aligned} 500 &= 1000 \cdot e^{-5.268\times10^{-3}\mathrm{s}^{-1}\times T_2} \\ T_2 &= \frac{\ln(0.5)}{-5.268\times10^{-3}\mathrm{s}^{-1}} = \underline{132\ \mathrm{s}} \end{aligned}$$

Ergebnis verfolgen

Wäre der Zerfall linear, dann würden nach 100 s nur noch die Hälfte der Atome vorhanden sein. Da der radioaktive Zerfall aber exponentiell ist, dauert es länger bis dieser Zustand erreicht wird. Daher scheint 132 s als Halberwertszeit plausibel.

Rekonstruiere Deine eigene Lösung zu dieser Aufgabe:

In meinem Blut sind 5 Promille Alkohol zum Zeitpunkt $t = 0\ \mathrm{h}$. Zum Zeitpunkt $t = 30\ \mathrm{min}$ sind noch 4 promille Alkohol in meinem Blut vorhanden. Was ist die Halbwertszeit meines Blutalkoholabbaus?