

Evolving mathematics

Niall Palfreyman, Weihenstephan-Triesdorf University of Applied Sciences

Module 01: Mathematical-physical methods

Thema 28: Was sind elektromagnetische Wellen?

ILOs: Nach diesem Kapitel kannst Du ...

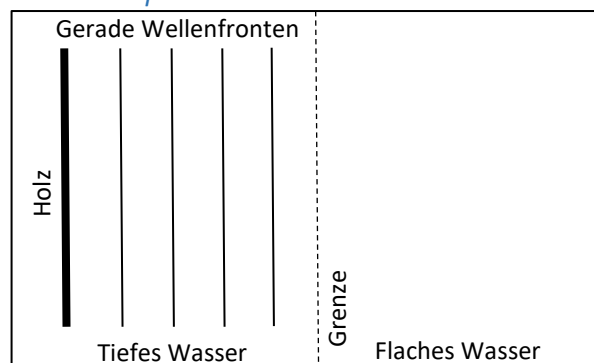
- Explain the propagation and refraction of electromagnetic waves.
- Apply the principle of refraction to various examples of waves.

Dekonstruieren: Bearbeite diesen Abschnitt *vorm* Treffen!

Wellenlänge ist proportional zur Wellentempo

Das Diagramm rechts zeigt ein großes Becken mit zwei unterschiedlich tiefen Wasserbereichen.

Auf der linken Seite des Beckens vibrieren wir eine Holzlatte, um periodische Wellen im Wasser zu erzeugen, die sich nach rechts in Richtung des flacheren Wassers ausbreiten. Im Diagramm stellen wir die Wellenberge dieser Wanderwellen durch Linien dar, die als **Wellenfronten** bezeichnet werden.

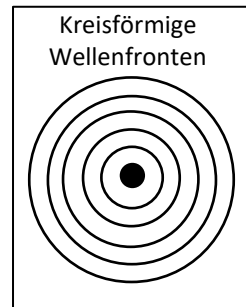


Wir beobachten, dass sich die Wasserwellen *im flachen Wasser langsamer* ausbreiten als im tiefen Wasser.

1. Wellen kommen mit einer bestimmten Frequenz f an der Grenze an und wandern dann weiter in die rechte Seite des Beckens. Wird die Frequenz der Wellen auf der rechten Seite des Beckens *größer*, *kleiner* oder *gleich* der Frequenz auf der linken Seite sein? Begründe.
2. Schreibe eine Gleichung auf, die die drei Größen λ , f und c für die einfallende Welle in Beziehung setzt.
3. Wird die Wellenlänge der Wellen auf der rechten Seite des Beckens unter Verwendung dieser Gleichung *größer*, *kleiner* oder *gleich* der Wellenlänge auf der linken Seite sein? Begründe.
4. Skizziere die Wellenfronten auf der rechten Seite des Beckens.
5. In welche Richtung bewegen sich diese Wellen?
6. Zeichne auf den Wellenfronten im Diagramm eine einzelne gerade Linie mit einer Pfeilspitze in der Mitte (\longrightarrow), um die Richtung anzuzeigen, in der sich die Wellen vom Holz entfernen.

Diese Linie und Pfeilspitze werden als **Strahl** bezeichnet, und ein Diagramm, das Wellen durch Strahlen darstellt, wird als **Strahlendiagramm** bezeichnet.

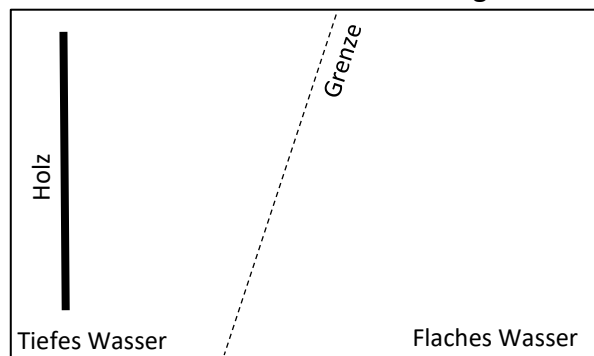
7. Was kannst Du über die Beziehung zwischen der Ausrichtung des Strahls, der die Bewegung der Welle darstellt, und der Linie, die die entsprechende Wellenfront darstellt, sagen?
8. Der schwarze Punkt in der Mitte dieses nächsten Diagramms zeigt, wo ein Stein im Wasser gelandet ist, wodurch sich von diesem Punkt aus Wellen in Kreisen ausbreiten. Verwende Deine Antwort auf die vorherige Aufgabe, um in diesem Diagramm Strahlen einzuzichnen, die die Bewegungsrichtung der Kreiswellen an verschiedenen Punkten im Diagramm anzeigen.



Grenzen des Wellentempos brechen Wellen

In diesem Diagramm liegt die Grenze zwischen Tief- und Flachwasser schräg zu den einfallenden Wellen, die sich nach rechts auf die Grenze zubewegen.

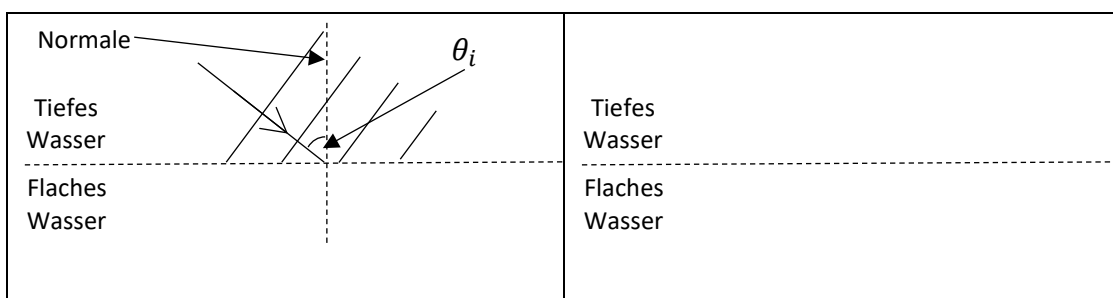
9. Skizziere zwei aufeinanderfolgende Wellenfronten, *bevor* sie die Grenze überschreiten.
10. Skizziere zwei aufeinanderfolgende Wellenfronten *beim Überqueren* der Grenze.
11. Skizziere zwei aufeinanderfolgende Wellenfronten, *nachdem* sie die Grenze überschritten haben.

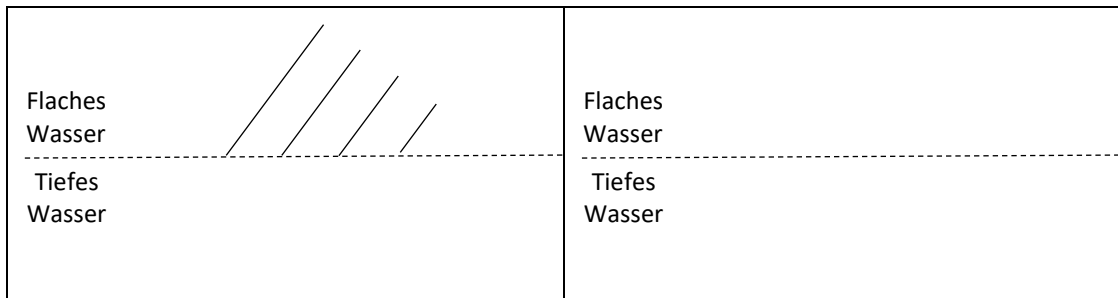


12. Erkläre die Argumentation, die Du beim Skizzieren dieser Fronten verwendet hast.
13. Schau nun den Film-Clip „Waves refracting at a boundary“ an, um Deine Antworten auf die vorherigen Fragen zu überprüfen.
14. Erkläre, wie Du aus dem Film-Clip erkennen kannst, dass sich der Bereich mit geringerer Tiefe in der unteren Hälfte des Bildschirms befindet.
15. Beschreibe, wie sich die Strahlen dieser Wellen an der Grenze verhalten.
16. Wie würden sich die Wellen verhalten, wenn sie die Grenze in die umgekehrte Richtung überqueren würden – *vom Flachwasser zum Tiefwasser?*

Brechung (Refraktion) folgt Snells Gesetz

17. Die folgenden Diagramme zeigen Wellenfronten und Strahlen, die sich zwei verschiedenen Grenzen nähern – im oberen Fall von tiefem zu flachem Wasser und im unteren Fall von flachem zu tiefem Wasser – bei dem gezeigten Einfallswinkel. Skizziere die *Wellenfronten* in den linken Diagrammen; skizziere die *Strahlen* in den rechten Diagrammen:





Die Veränderung, die in einer Welle auftritt, wenn sie in einen Bereich mit einem anderen Wellentempo eindringt, nennen wir **Brechung** (oder **Refraktion**). Wenn wir ein Strahlendiagramm verwenden, um Wellen darzustellen, ist der **Einfallswinkel** (θ_e) der Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und der Normalen auf die Grenze (siehe obiges Diagramm). Der **Brechungswinkel** (θ_b) wird auf der anderen Seite der Grenze in ähnlicher Weise definiert.

18. Beschrifte in jedem der obigen Diagramme sowohl den Einfallswinkel θ_e als auch den Brechungswinkel θ_b .
19. Wie lauten die Einfalls- und Brechungswinkel im allerersten Wellendiagramm dieses Kapitels?

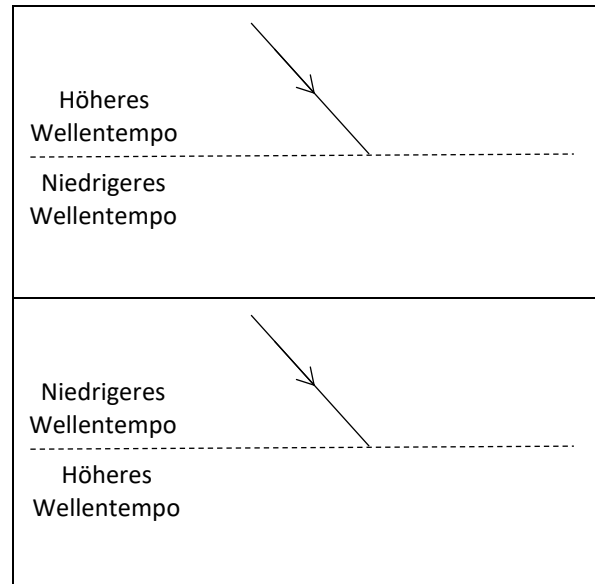
Snells Gesetz besagt, dass die Beziehung zwischen dem Einfallswinkel und dem Brechungswinkel zwischen zwei Medien mit den Wellengeschwindigkeiten c_e and c_b dies ist:

$$\frac{\sin \theta_e}{\sin \theta_b} = \frac{c_e}{c_b}$$

1. Stimmt diese Regel mit Deinen obigen Refraktionsdiagrammen überein?

Zusammenfassung Brechung

2. Jedes der Diagramme rechts zeigt einen Strahl, der auf eine Grenze zwischen zwei Medien fällt. Setze jeden der Strahlen in das zweite Medium fort. Zeichne mit einer gestrichelten Linie auch den Weg, den die Welle genommen hätte, wenn sie ohne Brechung weitergegangen wäre.
3. Wenn das Wellentempo im zweiten Medium *niedriger* ist, biegt sich der Strahl *zur Normalen hin* oder *von ihr weg*?
4. Wenn das Wellentempo im zweiten Medium *höher* ist, biegt sich der Strahl *zur Normalen hin* oder *von ihr weg*?
5. Biegt sich der eine Welle darstellende Strahl immer, wenn die Welle von einem Medium in ein anderes Medium wandert? Falls nicht, gib ein Beispiel dafür, wann sich der Strahl *nicht* biegt.



Ressourcen: Überfliege diese Clips und Infos *vorm* Treffen!

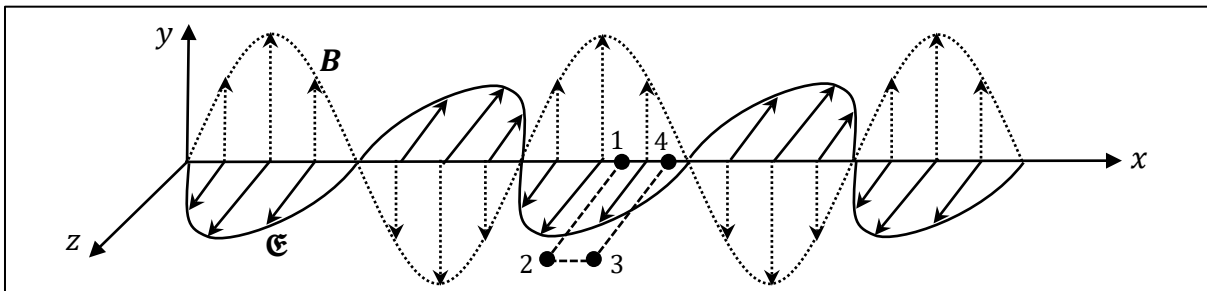
- [Waves refracting at a boundary](#)
- [Refraktion beschreiben wir mit Snells Gesetz](#)
- [Alle elektromagnetische Wellen haben gemeinsame Eigenschaften ...](#)

Konstruktion: Wir bearbeiten diesen Abschnitt gemeinsam!

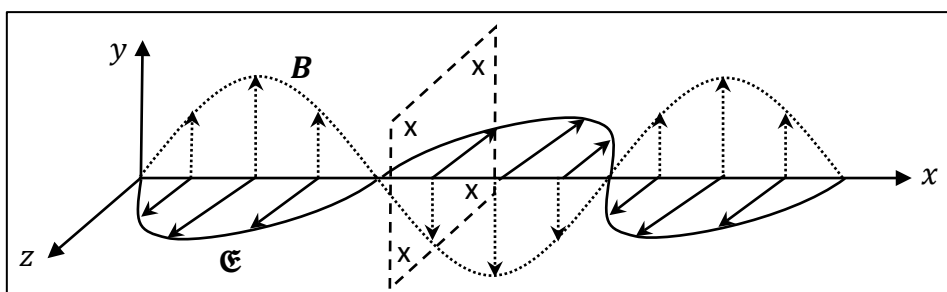
Ebene Wellen: ein einfaches Beispiel für elektromagnetische Wellen

Hier ist ein *mathematischer Ausdruck* und auch ein *bildlicher Schnappschuss* einer **elektromagnetischen ebenen Welle**, die zu einem einzigen Zeitpunkt durch den leeren Raum wandert. Das elektrische Feld $\mathcal{E}(x, y, z, t)$ zeigt parallel zur z -Achse; das Magnetfeld $\mathbf{B}(x, y, z, t)$ zeigt parallel zur y -Achse. Die Vektoren \hat{x} , \hat{y} und \hat{z} sind Einheitsvektoren in den drei Achsenrichtungen $+x$, $+y$ und $+z$:

$$\mathcal{E}(x, y, z, t) = \mathcal{E}_0 \sin(kx - \omega t) \hat{z}; \quad \mathbf{B}(x, y, z, t) = B_0 \sin(kx - \omega t) \hat{y}$$



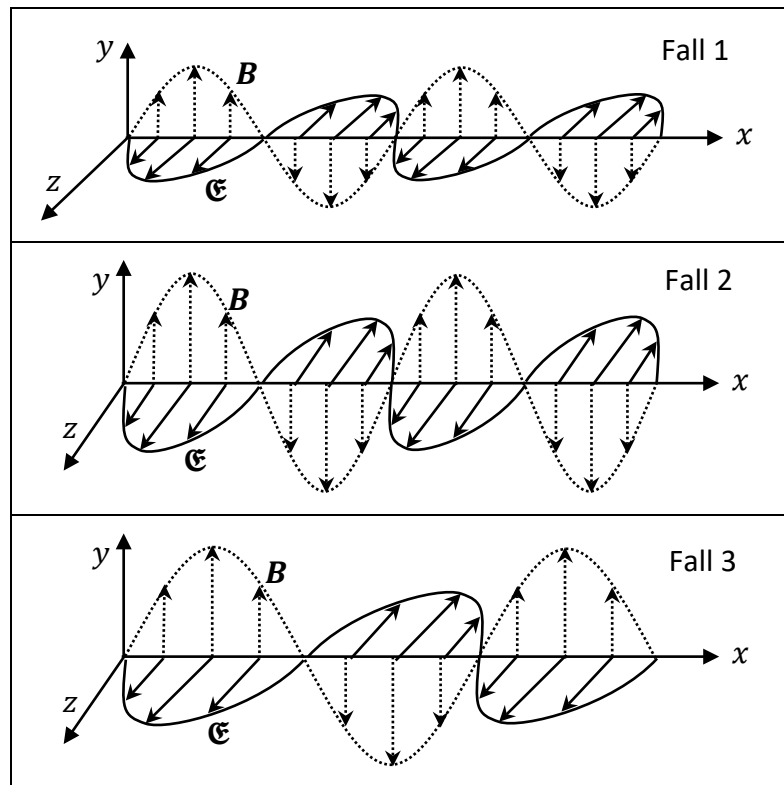
6. In welche Richtung läuft die Welle? Erkläre, wie Du anhand der mathematischen Ausdrücke für das elektrische und magnetische Feld erkennen kannst.
7. Welche Größen schwingen in dieser Welle?
8. Verwende diese Größen, um zu erklären, ob die Welle transversal oder longitudinal ist.
9. Die Punkte 1,2,3,4 im Diagramm liegen in der (x, z) -Ebene. Ordne diese Punkte für den Moment dieses Schnappschusses nach dem Betrag des *elektrischen* Feldes an. Falls das elektrische Feld Null ist, gib dies explizit an.
10. Stimmt Deine Anordnung der Punkte mit dem obigen mathematischen Ausdruck für das elektrische Feld überein? Falls nicht, behebe alle Inkonsistenzen. Wie wird beispielsweise der Wert von $\mathcal{E}(x, y, z, t)$ durch Änderungen des Wertes von z beeinflusst?
11. Ordne diese Punkte im Moment dieses Schnappschusses nach dem Betrag des *Magnetfelds* an. Überprüfe, ob diese Anordnung mit dem obigen mathematischen Ausdruck für das Magnetfeld $\mathbf{B}(x, y, z, t)$.
12. Im nächsten Diagramm liegen die drei mit ‚x‘ bezeichneten Punkte alle in einer Ebene parallel zur (y, z) -Ebene. Skizziere Vektoren in das Diagramm, um die Richtung und den relativen Betrag des elektrischen Felds an diesen vier Punkten zu zeigen.



13. Erkläre, warum wir den Begriff **ebene Welle** verwenden, um diese elektromagnetische Welle zu beschreiben.

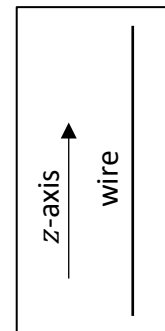
Rechts sind drei verschiedene Lichtwellen zu sehen. Alle drei Diagramme sind im gleichen Maßstab gezeichnet.

14. Wie unterscheidet sich die Welle im Fall 1 von der Welle im Fall 2?
15. Erkläre, wie Du dies anhand des Diagramms erkennen kannst.
16. Wenn die Welle in Fall 2 grünes Licht darstellt, könnte die Welle in Fall 3 dann eine Darstellung von *rotem Licht* oder *blauem Licht* sein? Begründe.



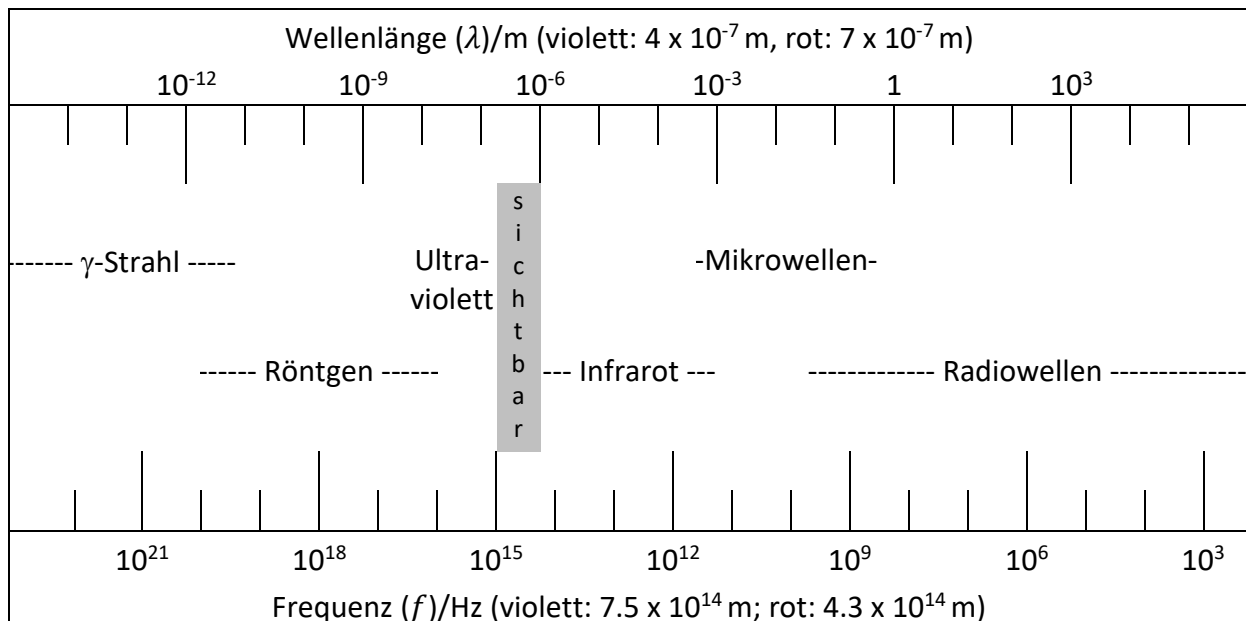
Leiter detektieren elektromagnetische Wellen

17. Schreibe eine Gleichung für die Kraft auf, die auf eine Ladung q durch ein elektrisches Feld \mathbf{E} und durch ein magnetisches Feld \mathbf{B} ausgeübt wird.
18. Wenn sowohl ein elektrisches als auch ein magnetisches Feld vorhanden wäre, würde dann eine Kraft auf die Ladung ausgeübt, selbst wenn sich die Ladung zunächst nicht bewegte? Begründe.
19. Stelle Dir vor, dass die elektromagnetischen Wellen in den obigen Diagrammen Radiowellen sind. Angenommen, wir legen einen langen, dünnen Leiterdraht in den Weg der Welle, der parallel zur z-Achse ausgerichtet ist (siehe rechts). Würde das *elektrische* Feld der Radiowelle die Ladungen im Draht bewegen, wenn sich die Welle am Draht vorbeibewegt? Wenn ja, würden sie sich in eine Richtung entlang der Länge des Drahts bewegen? Begründe.
20. Würde das *Magnetfeld* der Radiowelle, wenn sich die Welle am Draht vorbeibewegt, dazu führen, dass sich die Ladungen im Draht in eine Richtung entlang der Länge des Drahts bewegen? Begründe.
21. Stelle Dir nun vor, wir setzen eine Glühbirne in den Draht ein – würde die Glühbirne leuchten, wenn die Welle vorbeiläuft? Begründe.
22. Wie würden sich Deine Antworten auf diese Fragen ändern, wenn der Draht stattdessen parallel zur y-Achse ausgerichtet wäre? Begründe.
23. Wie würden sich Deine Antworten auf diese Fragen ändern, wenn der Draht stattdessen parallel zur x-Achse ausgerichtet wäre? Begründe.
24. Wie sollte eine Antenne ausgerichtet sein, um Radiowellen optimal zu empfangen? Begründe.



Wir können das e-m-Spektrum nach entweder λ oder f ordnen

Diese Tabelle zeigt das elektromagnetische Spektrum geordnet nach zwei verschiedenen Kriterien: Wellenlänge (λ) und Frequenz (f):



25. Schreibe die Gleichung auf, die diese drei Größen c , λ und f verbindet.
26. Überprüfe mindestens zwei meiner Einträge für Wellenlänge (λ) und Frequenz (f) in diesem Diagramm, um sicherzustellen, dass sie dieser Gleichung gehorchen.

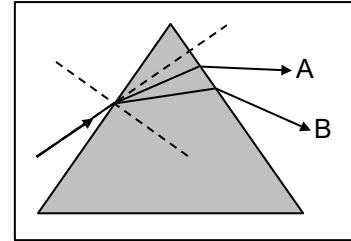
Fußfassen

27. Schreibe die Gleichung auf, die c , k und ω verbindet.
28. Was sind die Hauptanwendungen infraroter Strahlung?
29. Welche e-m Strahlungsarten haben die höchste und niedrigste Energie?
30. Wieso sind Mikrowellen gefährlich?
31. Wie hängt die Energie einer e-m-Welle von ihrer Frequenz ab?
32. Wieso ist Licht schneller im Vakuum als in einem anderen Medium?
33. Nenne Snells Gesetz.
34. Sind sich zwei Punkte einer Welle mit Phasendifferenz 1440° in Phase?
35. Sind sich zwei Punkte einer Welle mit Phasendifferenz 375π in Phase?

Muskeltraining

36. Ein paralleler Lichtstrahl überquert eine Grenze von Luft in Glas in einer Richtung genau senkrecht zur Glasoberfläche. Das Lichttempo in der Luft beträgt $2.98 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$, während das Licht im Glas ein Tempo von $2.10 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ hat. Wie groß ist der Brechungswinkel des Strahls, wenn er in das Glas eindringt?
37. Ein erfahrener Speerfischer oder Reiher zielt immer vor (d.h. näher zu sich als) der visuell scheinbaren Position eines Fisches. Erkläre anhand eines Diagramms warum.
38. Ein paralleler Lichtstrahl wandert von einem Medium in ein anderes, wobei sein Tempo abnimmt. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?
 - (a) Wenn er nicht normal einfällt, wird er *weg von* der Normalen zur Oberfläche gebrochen.
 - (b) Wenn er nicht normal einfällt, wird er *entgegen* der Normalen zur Oberfläche gebrochen.
 - (c) Seine Periode wird länger.

- (d) Seine Periode wird kürzer.
- (e) Seine Wellenlänge wird größer.
- (f) Seine Wellenlänge wird kleiner.



39. Weißes Licht wandert aus der Luft unter einem bestimmten Einfallswinkel in ein Glasprisma und wieder heraus, wie rechts dargestellt. Die gebrochenen Strahlen *A* und *B* repräsentieren zwei verschiedene Farben, einer rot und einer violett. Violette Licht bewegt sich langsamer durch Glas als rotes Licht. Welcher von *A* und *B* steht für Rot und welches für Violett?
40. Wenn ein Unterwasserspot im Schwimmbecken zu steil nach oben zeigt, ist das Wasser dunkel; bei einem Winkel kleiner 41.25° zum Boden ist es hell. Was geht hier vor und was ist die Lichtgeschwindigkeit im Wasser?

Numerische Ergebnisse

???

Konstruktionsübung: Prüfungsvorbereitung!

Dekonstruiere die Musterlösung dieser Aufgabe:

???

Musterlösung:

Verfolgen

???

Teilnehmen

???

Abstrahieren

???

Anwenden

???

Ergebnis verfolgen

???

Rekonstruiere Deine eigene Lösung zu dieser Aufgabe:

???