

Evolving mathematics

Niall Palfreyman, Weißenstephan-Triesdorf University of Applied Sciences

Module 01: Mathematical-physical methods

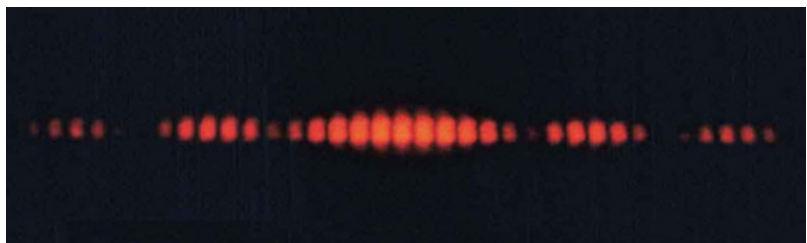
Thema 32: Welches Verhalten kennzeichnet Wellen?

ILOs: Nach diesem Kapitel kannst Du ...

- Mehrfachspaltinterferenz und -beugung auf dünne Filmschichten anwenden;
- Polarisierung beschreiben.

Dekonstruieren: Bearbeite diesen Abschnitt vorm Treffen!

Beugung, oder Diffraktion, ist die Ausbreitung von Wellen aus einem engen Spalt, und wir haben gesehen, wie man Beugung nutzt, um kohärente Quellen für Youngs 2-Spalt-Experiment zu erzeugen. In diesem Kapitel betrachten wir einen zusätzlichen Aspekt der Beugung und wie dieser zweite Aspekt zusammen mit der Interferenz das ultimative definierende Verhalten von Wellen erzeugt: ein **Diffraktions-Interferenz-Muster**.

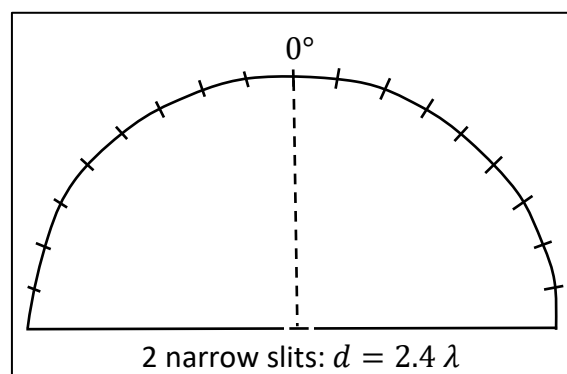


Zweischlitz Interferenzmuster

Zuvor haben wir Youngs Formel für die Winkel der Peaks maximaler konstruktiver Lichtinterferenz von zwei Spalten gesehen:

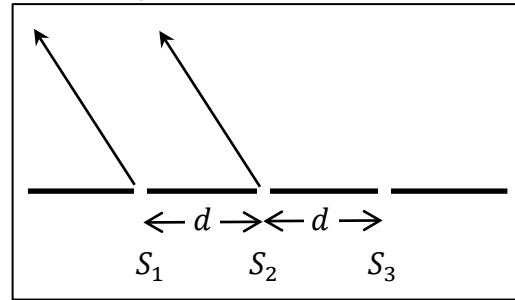
$$n\lambda = d \sin \theta_n$$

1. Schaue zurück, wie wir diese Gleichung hergeleitet haben. Wir nannten $\Delta D = d \sin \theta_n$ die **Weglängendifferenz** zwischen zwei Lichtstrahlen aus verschiedenen Spalten. Erkläre, wie die Bedingung $\Delta D = n\lambda$ zu *maximaler* konstruktiver Interferenz zwischen diesen beiden Strahlen führt.
2. Schreibe mit ähnlichen Überlegungen eine Gleichung auf, mit der Du die Winkel berechnen kannst, für die eine vollständige *destruktive* Interferenz (also ein **Intensitätsminimum**) auftritt.
3. Angenommen, der Fotofilm, auf den das Muster projiziert wird, ist halbkreisförmig, wie rechts gezeigt, und Licht von einer kohärenten Quelle tritt durch die beiden Schlitze am unteren Rand des Diagramms nach oben ein. Markiere im Diagramm die Lage aller Minima und Maxima für den speziellen Fall $d = 2.4 \lambda$. Beschrifte jedes Maximum und Minimum mit dem entsprechenden Wert von ΔD , θ_n und $\Delta\phi$ (Phasendifferenz zwischen den Wellen aus verschiedenen Spalten).



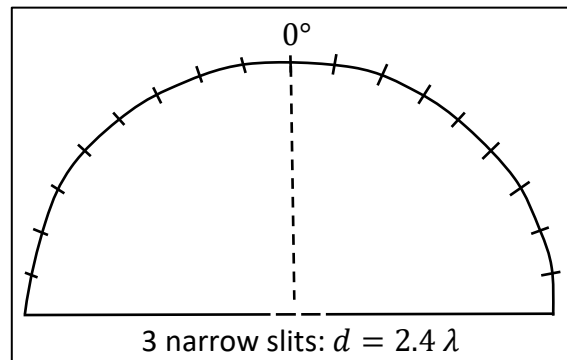
Drei und mehr Spalten machen das Muster schärfer

4. Denke nun an einen Punkt P auf dem entfernten Fotofilm, an dem aufgrund der konstruktiven Interferenz des Lichts aus den beiden Spalten S_1 und S_2 ein maximaler Peak vorliegt. Wenn wir nun dem obigen Interferenzapparat einen *dritten* Spalt hinzufügen, wie in der vergrößerten Abbildung rechts gezeigt, würde dann am Punkt P *immer noch* maximale konstruktive Interferenz vorliegen? Begründe.



5. Angenommen, wir haben weitere identische Spalten hinzugefügt, wobei jeder Spalt einen Abstand d von seinen nächsten Nachbarn entfernt hat. Würde dann am Punkt P *immer noch* maximale konstruktive Interferenz vorliegen? Begründe.
6. Es sei nun ΔD die Weglängendifferenz zwischen zwei beliebigen benachbarten Spalten und einem beliebigen allgemeinen Punkt auf dem halbkreisförmigen Fotofilm. Für zwei Spalte haben wir festgestellt, dass ein Peak an Punkten auftritt, die um eine Ganzzahl von Wellenlängen weiter von einem Spalt entfernt sind (d. h. ΔD ist $0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda$ und so weiter). Was ist nun für drei oder mehr gleichmäßig beabstandete Spalte die entsprechende Bedingung für die Position der Peaks maximaler konstruktiver Interferenz? Drücke diese Bedingung in Bezug auf ΔD aus.
- Wir nennen einen Ort, an dem das Licht aus allen Spalten in Phase ist, ein **Hauptmaximum**.
7. Denke nun an einen Punkt N auf dem Fotofilm, an dem es aufgrund des Lichts von S_1 und S_2 ein *Minimum* gibt. Bleibt der Fotofilm am Punkt N vollständig dunkel, nachdem wir den dritten Schlitz wie gezeigt hinzugefügt haben? Wenn nicht, wird Punkt N so hell wie ein Hauptmaximum sein? Begründe.

8. In der Klasse werden wir uns eine Simulation ansehen, die zeigt, dass für *drei* Spalte *zwei* Minima zwischen jedem Paar von Hauptmaxima liegen. Markiere im Diagramm rechts die Lage aller Hauptmaxima und ihrer dazwischenliegenden Minima für den speziellen Fall von drei identischen Spalten mit einem Abstand $d = 2.4 \lambda$ zwischen Nachbarn.



9. Beschrifte jedes Hauptmaximum im Diagramm mit dem entsprechenden Wert von ΔD , θ und $\Delta\phi$ (der Phasendifferenz zwischen den Wellen aus zwei verschiedenen Spalten).
10. Beschreibe die Ähnlichkeiten und Unterschiede zwischen diesem Diagramm und Deinem vorherigen für zwei Spalte, die durch einen Abstand $d = 2.4 \lambda$ voneinander getrennt sind.
11. Ein **Beugungsgitter** besteht nicht nur aus drei, sondern aus *vielen* Spalten mit dem gleichen Abstand d zwischen Nachbarn. Tatsächlich wird ein Beugungsgitter normalerweise nicht anhand des Spaltenabstands d bezeichnet, sondern anhand der **Gitterkonstanten** $1/d$, die die Anzahl der Spalte pro Meter misst. Wie wird das Beugungsmuster aussehen, wenn Licht durch ein Beugungsgitter fällt?

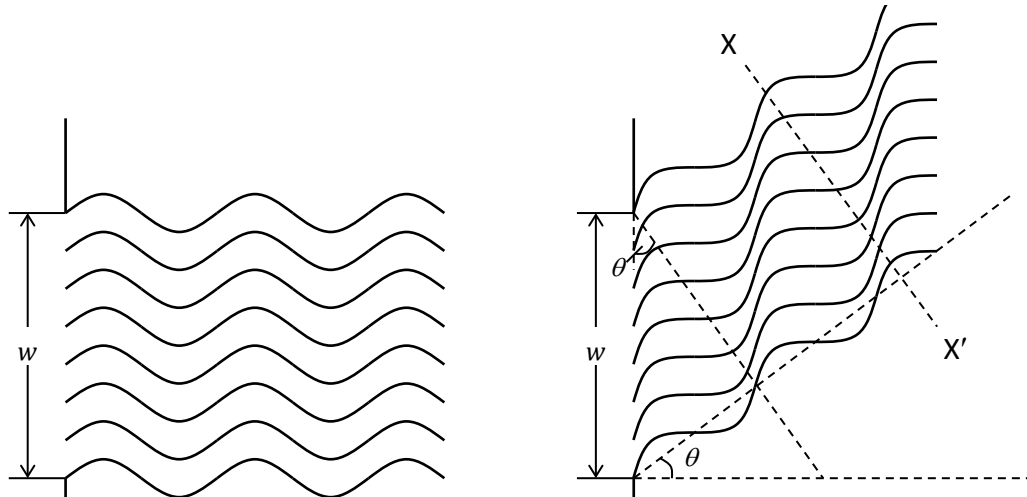
Ressourcen: Überfliege diese Clips und Infos *vorm* Treffen!

- [How a diffraction grating works](#)
- [A series of diffraction grating experiments](#)

Konstruktion: Wir bearbeiten diesen Abschnitt gemeinsam!

Durch Beugung entsteht auch ein Muster aus einem einzelnen Spalt

Stelle Dir eine Reihe von ebenen Wellenfronten vor, die auf einen einzelnen Spalt in einer Barriere treffen, wie in der Abbildung unten gezeigt. Beim Durchgang durch den Spalt stellen wir uns jeden Punkt einer Wellenfront als eine neue Quelle von Sekundärwellen vor:



Auf der *linken* Seite dieser Abbildung sehen wir acht solche Sekundärwellen, die von Punkten innerhalb des Spaltes (der Breite w) ausgehen. Da alle diese Wellen von Quellen auf derselben Wellenfront stammen, fangen sie alle in Phase an und interferieren so, dass ein heller Bereich geradeaus vor dem Spalt entsteht.

Betrachte nun das Diagramm auf der *rechten* Seite der Abbildung. Hier sehen wir Sekundärwellen, die in einem Winkel θ zur Normalen zum Spalt abgehen. Beachte, dass die Wellen, die von der *Oberkante* des Spaltes kommen, genau in Phase mit denjenigen Wellen sind, die von der *Unterkante* des Spaltes kommen, aber um eine Wellenlänge λ verschoben.

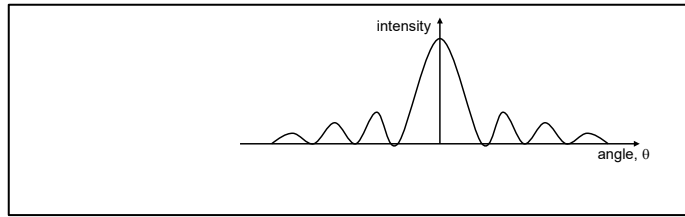
Die Sekundärwelle, die von der Oberkante des Spaltes kommt, ist in der Phase genau entgegengesetzt zu der Sekundärwelle, die von der Mitte des Spaltes kommt, so dass diese beiden Sekundärwellen *destruktiv* miteinander interferieren. In ähnlicher Weise interferiert die zweite Sekundärwelle von oben destruktiv mit der Sekundärwelle von knapp unterhalb des Mittelpunkts.

Für jede Sekundärwelle, die von einem Punkt in der *oberen* Hälfte des Spaltes kommt, gibt es also eine entsprechende Sekundärwelle von einem Punkt in der *unteren* Hälfte, die ihr gegenphasig ist, und sie deswegen destruktiv stört.

Das Ergebnis ist, dass sich alle in Richtung θ laufenden Wellen gegenseitig aufheben, und somit ist die Lichtintensität in dieser Richtung Null. Wir sehen aus dem Diagramm, dass dieser Wert von θ die folgende Gleichung erfüllt:

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{w}$$

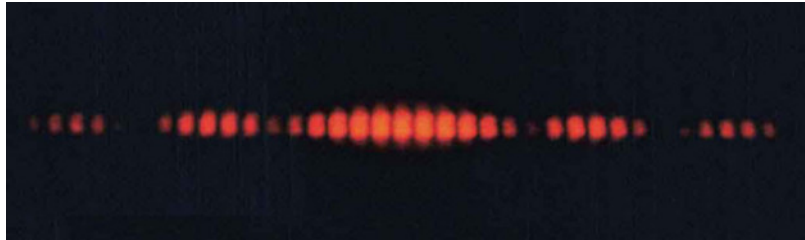
Wir sehen also, dass, wenn wir das Licht von diesem Spalt auf einen Fotofilm fallen lassen, der Fotofilm direkt vor dem Spalt hell erleuchtet ist, während der Fotofilmbereich in einem Winkel θ seitlich davon dunkel ist. Das



Einzelspalt-Beugungsmuster sieht aus wie im Diagramm rechts.

Beugungsgittermuster kombinieren Interferenz und Beugung

Kombinieren wir das Interferenzmuster eines Beugungsgitters mit der Beugung an den einzelnen Spalten des Gitters, so sehen wir das kombinierte Muster, das rechts abgebildet ist.



12. Welcher Beitrag zu diesem Beugungsmuster entsteht durch Einzelspalt-Interferenz?

13. Welcher Beitrag entsteht durch Mehrfachspalt-Interferenz?

Muskeltraining

14. Der Abstand d zwischen Basenpaaren in DNA beträgt typischerweise etwa 0,34 nm. Erkläre aus dem, was Du über Beugung gelernt hast, warum Rosalind Franklins Beugungsexperimente zur Untersuchung der Struktur der DNA im Jahr 1950 kein sichtbares Licht ($\lambda = 500$ nm) verwenden konnten.

15. Welche Art von elektromagnetischer Strahlung hat Franklin Deiner Meinung nach verwendet?

Numerische Ergebnisse

???

Konstruktionsübung: Prüfungsvorbereitung!

Dekonstruiere die Musterlösung dieser Aufgabe:

???

Musterlösung:

Verfolgen

???

Teilnehmen

???

Abstrahieren

???

Anwenden

???

Ergebnis verfolgen

???

Rekonstruiere Deine eigene Lösung zu dieser Aufgabe:
???