

Evolving mathematics

Niall Palfreyman, Weihenstephan-Triesdorf University of Applied Sciences

Module 01: Mathematical-physical methods

Thema 36: Was treibt Veränderung im Universum an?

ILOs: Nach diesem Kapitel kannst Du ...

- Die ideale Gasgleichung und Thermodynamik I und II auf PVT-Probleme anwenden.

Dekonstruieren: Bearbeite diesen Abschnitt *vorm* Treffen!

Einige nützliche thermodynamische Definitionen

Druck ist die pro Flächeneinheit aufgebrachte Kraft ($P \equiv F/A$) und wird in **Pascal** ($1 \text{ Pa} \equiv 1 \text{ N/m}^2$) gemessen. Zum Beispiel beträgt der atmosphärische Luftdruck auf Deinem Körper etwa 10^5 Pa .

1. Wenn ich Einkaufstüten über den Holzboden im Wohnzimmer trage, ist meine Masse ungefähr 80 kg. Was ist dabei mein Gesamtgewicht?
2. Die Fläche zwischen meinen üblichen Turnschuhen und dem Boden beträgt ca. $400 \text{ cm}^2 = 0.04 \text{ m}^2$. Welchen Druck übe ich auf den Holzboden aus? $P = F/A =$

3. Die Fläche zwischen meinen neuen Stöckelschuhen und dem Boden beträgt nur $4 \text{ cm}^2 = 0.0004 \text{ m}^2$. Welchen Druck üben sie auf den Holzboden aus? $P = F/A =$

4. Warum bekomme ich immer wieder Löcher in meinen Wohnzimmerboden??! 🤔

Der **Nullte Hauptsatz der Thermodynamik** besagt, dass die Temperatur *transitiv* ist. Das heißt, wenn zwei Pfannen mit heißem Wasser beide im thermischen Gleichgewicht mit meinem Thermometer stehen, darf ich berechtigt sagen, dass beide Pfannen mit heißem Wasser dieselbe Temperatur haben, sodass keine Wärme zwischen ihnen fließen würde, falls sie miteinander in thermischen Kontakt kommen würden.

Ein **ideales Gas** ist ein Gas, dessen Teilchen weder intern noch in Wechselwirkung miteinander Energie speichern. Daher besteht die gesamte innere Energie eines idealen Gases in der kinetischen Energie der Teilchen.

Angenommen, wir haben eine Probe idealen Gases mit N Teilchen in einem Volumen V bei der Temperatur T und dem Druck P , dann besagt die **Ideale Gasgleichung**:

$$PV = NkT$$

Dabei ist $k = 1.380649 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ die **Boltzmann-Konstante** und wir messen Temperatur in **Kelvin** (K). Der Gefrierpunkt von Wasser beträgt etwa 273 K, und $T/\text{K} \approx \theta/^\circ\text{C} + 273$.

Avogadros Konstante $N_A \equiv 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ist die Anzahl der Wasserstoffatome in 1 Gramm Wasserstoff. Ein **Mol** (Mol) einer beliebigen Substanz enthält N_A Teilchen dieser Substanz, also enthält beispielsweise 1 Mol molekularer Wasserstoff (H_2) 6.02×10^{23} Moleküle Wasserstoff und hat eine Masse von 2 g (ein Gramm für jedes der beiden Wasserstoffatome in einem Molekül).

Mit der Avogadro-Konstante können wir die ideale Gasgleichung in Alltagsgrößen umschreiben:

$$PV = NkT = \left(\frac{N}{N_A}\right) \times (N_A k) \times T = nRT$$

Hier ist $n \equiv N/N_A$ die Molzahl im Gas, und $R = N_A k$ ist die **Gaskonstante**.

Die **spezifische Wärmekapazität** eines Systems ist die Menge Energie, die wir brauchen, um dieses System durch 1K zu erwärmen. Um ein System mit Masse m durch eine Temperaturdifferenz ΔT zu erhöhen, müssen wir ihr am System agieren – beispielsweise durch Arbeit ΔW oder Wärmezufuhr ΔQ . Der entsprechende Anstieg der inneren Energie ist:

$$\Delta E_I = m c_p \Delta T$$

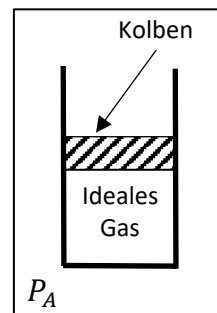
Wobei c_p die **spezifische Wärmekapazität** des Systems *bei konstantem Druck* ist.

Um die **Phase** (fest, flüssig, gasförmig) eines Stoffes zu ändern, müssen wir auch die innere Energie ändern. Wir nennen diese Energie die **spezifische Schmelz- oder Verdampfungsenthalpie**: ΔH_m oder ΔH_v . Wir berechnen die zugehörige Änderung der inneren Energie so:

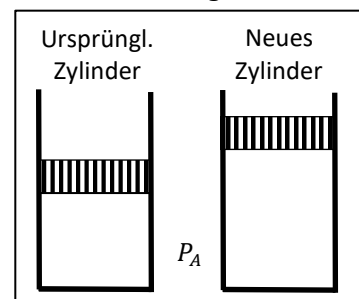
$$\Delta E_I = m \Delta H_m; \quad \Delta E_I = m \Delta H_v$$

Gasvolumen variiert unabhängig von Temperatur und Druck

Rechts ist eine Flasche mit einem idealen Gas bei Raumtemperatur. Der Zylinder ist mit einem Kolben der Masse M und der Querschnittsfläche A abgedichtet, der sich reibungsfrei nach oben oder unten bewegen kann. Es kann kein Gas in die Flasche ein- oder austreten. Der Kolben ruht. Der Atmosphärendruck der den Zylinder umgebenden Luft beträgt P_A .



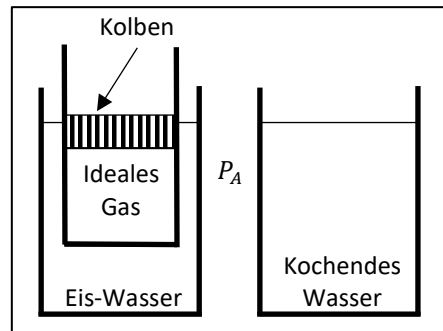
5. Zeichne ein Freikörperdiagramm für den Kolben und gib für jede Kraft im Diagramm die Art, das Objekt und den Autor der Kraft an.
6. Ist die Nettokraft auf den Kolben nach *oben* gerichtet, nach *unten* gerichtet oder *Null*?
7. Ist die Kraft, die das Gas im Inneren des Zylinders auf den Kolben ausübt, *größer*, *kleiner* oder *gleich* der Kraft, die die Luft außerhalb des Zylinders auf den Kolben ausübt? Begründe.
8. Schreibe eine Gleichung auf, die alle Kräfte in Deinem Freikörperdiagramm in Beziehung setzt.
9. Ist der Druck des Gases in der Flasche *größer*, *kleiner* oder *gleich* dem Atmosphärendruck? Begründe.
10. Finde basierend auf der Gleichung, die Du zuvor geschrieben hast, einen Ausdruck für den Druck des Gases im Inneren des Zylinders in Bezug auf andere Einflüsse auf den Kolben.
11. In der Abbildung rechts enthält ein neuer Zylinder eine Probe eines anderen idealen Gases bei Raumtemperatur. Die beiden Zylinder und ihre Kolben sind identisch. Ist der Gasdruck in der neuen Flasche *größer*, *kleiner* oder *gleich* dem Druck in der Originalflasche? Falls man das nicht beurteilen kann, sag' dies ausdrücklich.



Druck, Volumen, Temperatur interagieren

In diesem nächsten Experiment stellen wir zuerst die obige Gasflasche in ein Eiswasserbad und lassen sie mit dem Bad ein thermisches Gleichgewicht erreichen. Der anfängliche (*initial*) Druck, das Volumen und die Temperatur des Gases sind dann P_i , V_i bzw. T_i .

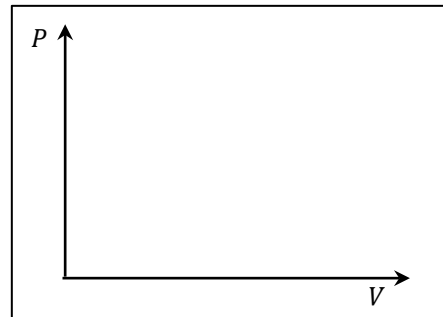
Als nächstes nehmen wir den Zylinder aus dem Eiswasserbad und stellen ihn in das kochende Wasserbad. Nachdem der Zylinder mit dem siedenden Wasser das thermische Gleichgewicht erreicht hat, sind der *finale* Druck, das Volumen und die Temperatur des Gases dann P_f , V_f bzw. T_f .



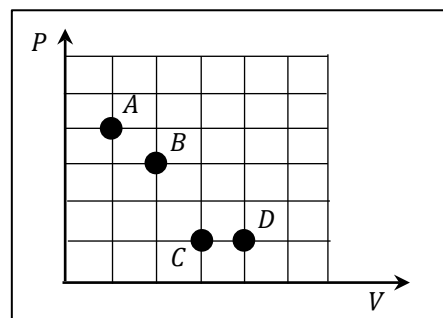
12. Ist T_f größer, kleiner, oder gleich T_i ?
13. Ist P_f größer, kleiner, oder gleich P_i ? Begründe.
14. Stimmt diese Antwort mit Deiner Antwort zu Übung 11 oben überein? Falls nicht, behebe alle Inkonsistenzen.
15. Ist V_f größer, kleiner, oder gleich V_i ? Begründe.
16. Stimmt diese Antwort mit der idealen Gasgleichung $PV = NkT$ überein? Falls nicht, behebe alle Inkonsistenzen.
17. Welche Variablen halten wir in diesem Experiment konstant und welche dürfen wir ändern? Erkläre, woran du das erkennen kannst.
18. Stimmt Du einer der Studierenden im folgenden Dialog zu? Erkläre deine Argumentation:
 - "In der idealen Gasgleichung ist der Druck proportional zur Temperatur. Da ich die Temperatur des Gases erhöht habe, muss der Druck steigen."
 - "Korrekt. Da kein Gas in das System ein- oder ausströmte, änderte sich das Volumen nicht. Der Druck muss also zugenommen haben."

PVT-Graph zeigt thermodynam. Zustände

Ideale Gasprozesse stellen wir oft grafisch dar. Ein **PV-Diagramm** ist beispielsweise ein Druck-Volumen-Diagramm für eine bestimmte Gasprobe. Ein einzelner Punkt in diesem Diagramm repräsentiert die gleichzeitig gemessenen Werte von Druck und Volumen. Diese Werte definieren einen **Zustand** des Gases.



19. Skizziere im PV-Diagramm rechts eine Kurve, die den Ablauf des im vorherigen Abschnitt beschriebenen Prozesses. Beschrifte den Anfangs- und Endzustand des Gases.
20. Stimmt Deine Skizze mit Deiner Antwort auf Aufgabe 17 überein? Begründe.
21. Als nächstes verwenden wir dieselbe Gasprobe für ein neues Experiment, in dem wir den Druck und das Volumen des Gases mehrmals messen. Die Messwerte von P und V tragen wir in das Diagramm rechts ein. Welcher geometrischer Aspekt dieses Graphs entspricht dem Produkt PV auf der linken Seite der idealen Gasgleichung?
22. Ordne die Temperaturen des Gases in den Zuständen A, B, C und D vom größten zum kleinsten an. Falls zwei Temperaturen gleich sind, sage dies explizit.



23. Stimmt Deine Anordnung der Zustände mit der idealen Gasgleichung?
24. Gibt es einen Zustand des Gases, in dem es das gleiche Volumen wie im Zustand *B* und die gleiche Temperatur wie im Zustand *A* hat? Wenn ja, markiere die Lage dieses Zustands im PV-Diagramm. Wenn nicht, erkläre warum nicht.

Der Zustand des idealen Gases hängt von *N* ab – nicht von seiner Masse

25. Zwei identische Zylinder des oben beschriebenen Typs enthalten jeweils Wasserstoff (H) und Sauerstoff (O). Beide Zylinder stehen schon lange im selben Raum. Ihre Kolben sind auf gleicher Höhe. Ist das Volumen *V* des H-Zylinders *größer*, *kleiner* oder *gleich* dem Volumen des O-Zylinders? Begründe.
26. Vergleiche die Temperatur *T* der Gase in den beiden Zylindern. Begründe.
27. Vergleiche den Druck *P* der Gase in den beiden Zylindern. Begründe.
28. Vergleiche die Anzahl *N* der Teilchen in den beiden Zylindern. Begründe.
29. Stimmt diese Antwort mit der idealen Gasgleichung?
30. Eine Studierende schlägt die Molekülmassen von Wasserstoff (H₂: 2 au) und Sauerstoff (O₂: 32 au) nach. Deute diese beiden Zahlen *in Worten*.
31. Vergleiche die Massen der beiden Gasproben in den Behältern. Begründe.
32. Entdecke die Missverständnisse in den Aussagen der beiden folgenden Studierenden:
 - “Da Wasserstoffmoleküle so viel kleiner sind als Sauerstoffmoleküle, sollten mehr davon im gleichen Volumen vorhanden sein.”
 - “Nein, das stimmt nicht. Da $n = 2$ für Wasserstoff und $n = 32$ für Sauerstoff, müssen mehr Sauerstoffmoleküle vorhanden sein.”

Ressourcen: Überfliege diese Clips und Infos *vorm* Treffen!

- [Es gibt eine absolute Temperaturskala](#)
- [Wir können die innere Energie eines idealen Gases berechnen](#)
- [Spezifische Wärmekapazität und spezifische Übergangsenthalpie](#)
- [Manchmal müssen wir beide in einer Aufgabe verwenden](#)

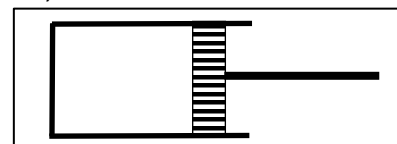
Konstruktion: Wir bearbeiten diesen Abschnitt gemeinsam!

Eine Kraft kann Arbeit an einem Gas verrichten

33. Erinnerung Dich an die Definition der Arbeit, die an einem Objekt durch eine Kraft verrichtet wird, die wir auf dieses Objekt anwenden. Skizziere in den Feldern unten Pfeile, die (1) eine auf ein Objekt ausgeübte Kraft und (2) die Verschiebung des Objekts für Fälle darstellen, bei denen die dadurch geleistete Arbeit folgende Bedingungen erfüllt:

Arbeit ist positiv	Arbeit ist negativ	Arbeit ist null

34. Stell Deine Skizze jeweils die einzig möglichen relativen Richtungen der Kraft- und Wegvektoren dar? Wenn ja, begründe es. Wenn nicht, skizziere mindestens ein weiteres mögliches Vektorpaar .
35. In der Abbildung rechts enthält ein feststehender Zylinder eine Probe eines idealen Gases. Der Zylinder

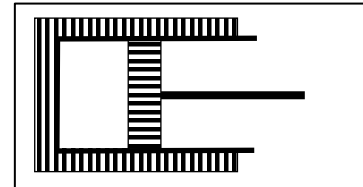


wird durch einen Kolben verschlossen und es gibt keine Reibung zwischen Kolben und Zylinderwänden. Beschreibe die Richtung der Kraft, die der Kolben auf das Gas ausübt.

36. Hängt Deine Antwort davon ab, ob sich der Kolben bewegt?
37. Wie könnte sich der Kolben bewegen, damit seine Arbeit auf das Gas *positiv* ist?
38. Wie könnte sich der Kolben bewegen, damit seine Arbeit auf das Gas *negativ* ist?
39. Wird in jedem dieser beiden Fälle durch das Gas Arbeit am Kolben verrichtet? Wenn ja, wie hängt diese Arbeit mit der Arbeit zusammen, die der Kolben am Gas verrichtet? (Berücksichtige sowohl das Vorzeichen als auch den Betrag.)

Arbeit verändert die innere Energie

40. Angenommen, wir isolieren den Zylinder thermisch, indem wir ihn mit einem Isoliermantel umgeben, wie rechts gezeigt. Dann drücken wir den Kolben nach innen, um das Gas zu komprimieren. Wir nennen diese Kompression *Prozess 1*. Ist die Arbeit, die der Kolben während des Prozesses 1 am Gas verrichtet, *positiv*, *negativ* oder *Null*?



In der Thermodynamik interessieren wir uns für die innere Energie E_I eines Systems. Bei einem idealen Gas ist die innere Energie proportional zur Temperatur und der Teilchenzahl im Gas:

$$E_I = \frac{3}{2}NkT$$

Wir können diese innere Energie des Gases verändern, indem wir daran arbeiten. Wenn das Gas wärmeisoliert ist (kein Wärmefluss hinein oder heraus), ist diese Änderung der inneren Energie gleich der Arbeit, die wir am Gas leisten:

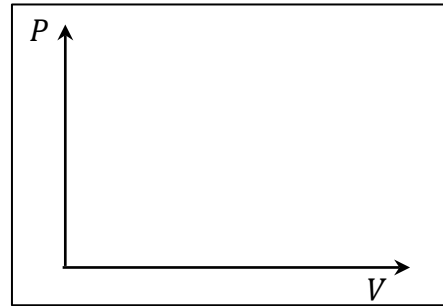
$$\Delta E_I = \Delta W$$

41. Nimmt die innere Energie eines Gases in einem isolierten Zylinder *zu*, *ab* oder bleibt sie *gleich*, wenn der Kolben nach innen gedrückt wird? Begründe.
42. Ändert sich dabei die Temperatur des Gases? Begründe.
43. Zwei Studierende diskutieren Prozess 1. Bei beiden gibt es ein Missverständnis – finde und erkläre die Fehler in ihren Argumenten:
 - “Das Volumen des Gases nimmt ab, aber der Druck steigt. Daher muss nach der idealen Gasgleichung die Temperatur gleichbleiben.”
 - “Aber ich weiß, dass die Temperatur steigt. Das Volumen ist geringer, daher kollidieren die Teilchen häufiger miteinander.”

Wärmefluss verändert die innere Energie

44. Nehmen wir nun an, wir entfernen die Wärmedämmung vom Zylinder und fixieren den Kolben. Das Gas hat anfangs Raumtemperatur, dann legen wir es in ein Bad mit kochendem Wasser, bis es ein thermisches Gleichgewicht mit dem Wasser erreicht. Wir nennen diese Erwärmung *Prozess 2*. *Erhöht*, *sinkt* oder *bleibt* die Temperatur des Gases während Prozess 2 *gleich*?
45. *Erhöht*, *sinkt* oder *bleibt* die innere Energie des Gases während Prozess 2 *gleich*?
46. *Erhöht*, *sinkt* oder *bleibt* der Druck des Gases während Prozess 2 *gleich*? Begründe.
47. *Erhöht*, *sinkt* oder *bleibt* das Volumen des Gases während Prozess 2 *gleich*? Begründe.

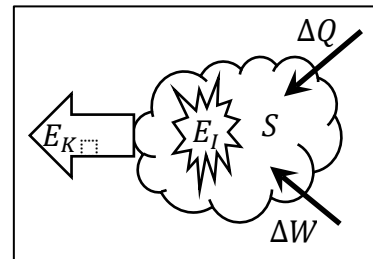
48. Skizziere Prozess 2 im PV-Diagramm rechts.
49. Wird durch das Gas in Prozess 2 Arbeit geleistet? Begründe. Stimmt Deine Antwort mit Deinem PV-Diagramm überein?
50. Die Energieübertragung in Prozess 2 wird als **Wärmeübertragung** bezeichnet. Wenn während der Wärmeübertragung die auf das Gas übertragene Wärme (ΔQ) *größer* als Null ist, *erhöht sich* die innere Energie des Gases. Ist der Wärmeübergang in Prozess 2 *positiv*, *negativ* oder *Null*? Begründe.
51. Ist in Prozess 2 die Wärmeübertragung auf das kochende Wasser *positiv*, *negativ* oder *null*? Begründe.



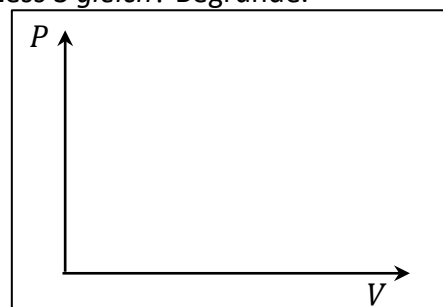
Thermodynamik 1 verknüpft Wärme, Arbeit, kinetische & innere Energie

Der **Erste Hauptsatz der Thermodynamik** besagt, dass die Änderung der kinetischen und inneren Energie eines geschlossenen Systems S gleich der Summe der am System geleisteten Arbeit und der an das System abgegebenen Wärme ist:

$$\Delta E_K + \Delta E_I = \Delta W + \Delta Q$$



52. Wie könntest Du dieses Gesetz in Bezug auf die Arbeit ΔY umschreiben, die das System an seiner Umgebung leistet?
53. In Prozess 1 haben wir die Wärmeübertragung nicht berücksichtigt. Welche Eigenschaft dieses Experiments verhinderte die Wärmeübertragung auf das Gas?
54. In Prozess 2 haben wir Arbeit nicht berücksichtigt. Welche Eigenschaft dieses Experiments verhinderte, dass mit dem Gas gearbeitet wurde?
55. Nun stellen wir den Zylinder mit noch fixiertem Kolben in eine Mischung aus Eis und Wasser und lassen sie mit dieser Mischung ins thermische Gleichgewicht kommen. Dann bewegen wir den Kolben *sehr* langsam nach innen, so dass das Gas immer im thermischen Gleichgewicht mit dem Eis-Wasser-Gemisch steht. Wir nennen diese langsame Kompression des Gases *Prozess 3*. Wird das Volumen des Gases in Prozess 3 *größer*, *kleiner* oder *gleich bleiben*? Begründe.
56. *Steigt*, *sinkt* oder *bleibt* die Temperatur des Gases in Prozess 3 *gleich*? Begründe.
57. *Steigt*, *sinkt* oder *bleibt* die innere Energie des Gases in Prozess 3 *gleich*? Begründe.
58. *Steigt*, *sinkt* oder *bleibt* der Druck des Gases in Prozess 3 *gleich*? Begründe.
59. Skizziere Prozess 3 im PV-Diagramm rechts.
60. Ist die Arbeit am Gas in Prozess 3 *positiv*, *negativ* oder *Null*?
61. Ist die Wärmeübertragung auf Gas in Prozess 3 *positiv*, *negativ* oder *Null*?
62. Stimmen Deine Antworten auf diese beiden Fragen mit dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik überein? Begründe.
63. Wie unterscheidet sich die Kompression in Prozess 3 von der Kompression in Prozess 1? Begründe.
64. Eine Studierende denkt über Prozess 3 nach – stimmst Du ihr zu? Begründe:
- "Die Temperatur ändert sich nicht: Es ist ein isothermer Prozess. Daher muss die Wärmeübertragung Null sein."



Fuß fassen

65. Schreibe die ideale Gasgleichung auf.
66. Auf welchen Vorannahmen basiert ideales Gasverhalten?
67. Der Druck eines Gases im versiegelten Topf mit konstantem Volumen ist 100 000 Pa bei der Temperatur 27°C. Wenn wir das Gas erwärmen, steigt sein Druck auf 150 000 Pa. Zeige, dass seine Temperatur jetzt 177°C ist.
68. Wenn ich die Temperatur eines Gases verdoppele, wie ändert sich (a) die innere Energie und (b) die Geschwindigkeitsverteilung des Gases?
69. Definiere *spezifische Wärmekapazität* und *Übergangsenthalpie*.
70. $c_{Wasser} = 4180 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$. Zeige, dass ca. 250 kJ Wärme gebraucht werden um 2 kg Wasser von 20°C auf 50°C zu erwärmen.

Muskeltraining

71. Use the equation for the definition of internal energy to prove that kT is (almost) equal to the average kinetic energy per particle of an ideal gas: $kT = \frac{2}{3}\langle E_k \rangle$. Justify your argument carefully on the basis of the assumptions of the ideal gas equation.
72. Im Kern der Sonne findet Kernfusion statt, wobei zwei Wasserstoffkerne auf einen Abstand von maximal 10^{-15} m zueinander geschleudert werden müssen. Gib eine Mindesttemperatur für den Kern unserer Sonne an und begründe sorgfältig Deine Angabe.
73. 2×10^{22} Heliumatome mit Masse je $6.6 \times 10^{-27} \text{ kg}$ sind in einer Flasche mit Volumen $7 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ enthalten und ergeben einen Druck von 10^5 Pa . (a) Berechne den Mittelwert $\langle v^2 \rangle$ des quadrierten Tempos der He-Atome. (b) Was ist der quadratische Mittelwert $v_{\text{rms}} \equiv \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ des Tempos eines typischen Atoms? (c) Welchen Wert hat v_{rms} , wenn die absolute Temperatur verdoppelt wird?
74. Die Masse eines Mols N_2 ist 0.028 kg. $R = 8.31 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$. Eine Flasche mit Volumen 0.01 m^3 enthält 0.014 kg N_2 -Gas bei 27°C. Wie viele (a) Mol, (b) N_2 -Moleküle sind in der Flasche? (c) Was ist der Druck im Gas? (d) Wie verhält er sich, wenn die Molekülzahl halbiert wird?
75. Ein großer Heliumballon hat Volumen 10 m^3 auf Bodenhöhe; das Gas im Ballon hat Temperatur 293 K und Druck 10^5 Pa . Der Ballon steigt auf eine Höhe, bei der sich sein Volumen auf 25 m^3 und seine Temperatur auf 260 K einpendeln. Was ist jetzt der Druck im Heliumgas?
76. In einem Mol N_2 sind $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ Moleküle mit Gesamtmasse $2.8 \times 10^{-2} \text{ kg}$. (a) Berechne die typische Geschwindigkeit eines N_2 Moleküls bei 300 K. (b) Wieso haben nicht alle diese Geschwindigkeit?
77. Ein 2 kg Metallzylinder wird ohne Energieverlust über 3 min von 4.5 °C auf 12.7 °C erwärmt. Das verwendete Heizelement hat die Spezifikation 7.5 A bei 12 V. Was ist die spezifische Wärmekapazität des Metalls?
78. Ein 3 kW Kochtopf enthält 0.5 kg kochendes Wasser. Wie lang dauert es, bis das Wasser komplett verdunstet? ($\Delta H_{v,Wasser} = 2.26 \times 10^6 \text{ Jkg}^{-1}$)

Numerische Ergebnisse

- 72: [(a) $159\,091 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$; (b) $399 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; (c) $564 \frac{\text{m}}{\text{s}}$]
- 73: [(a) 0.5; (b) 3.01×10^{23} ; (c) 125 000 Pa]
- 74: [35 500 Pa]

- 75: [(a) 517 ms⁻¹]
- 76: [988 J kg⁻¹K⁻¹]
- 77: [6min 17s]

Konstruktionsübung: Prüfungsvorbereitung!

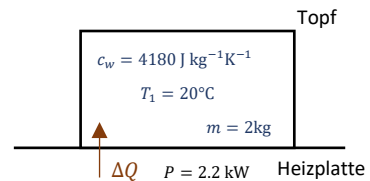
Dekonstruiere die Musterlösung dieser Aufgabe:

Die spezifische Wärmekapazität von Wasser ist 4180 J kg⁻¹K⁻¹. Mein Kochtopf liefert 2.2 kW Wärmeenergie an 2 kg Wasser im Topf bei einer Anfangstemperatur von 20°C. Wie lang dauert es, bis das Wasser im Topf kocht?

Musterlösung:

Einordnen

Die spezifische Wärmekapazität von Wasser beträgt $c_w = 4180 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$. Wir haben einen Kochtopf, der die Leistung $P = 2.2 \text{ kW}$ liefert. Die Masse von Wasser beträgt $m = 2 \text{ kg}$ und hat die Anfangstemperatur von $T_1 = 20^\circ\text{C}$. Die Endtemperatur muss $T_2 = 100^\circ\text{C}$ betragen, damit das Wasser kocht (Siedetemperatur von Wasser: 100°C).



Hineinversetzen

- Wärme ist die Energie, die benötigt wird, um die Temperatur eines Körpers zu ändern. Sie lässt sich berechnen mit Hilfe der Formel: $\Delta Q = m c \Delta T$, wobei ΔT die Temperaturänderung ist.
- Leistung beschreibt die pro Zeit umgesetzte Energiemenge.
- Wenn wir also ΔQ wissen, können wir mit Hilfe der Leistung die Zeit t berechnen, die benötigt wurde, um das Wasser zu erwärmen.

Plan

1. Finde ΔT und berechne die Änderung der Wärme ΔQ .
2. Teile das Ergebnis durch P um t zu ermitteln.

Anwenden

1. Die Änderung der Temperatur beträgt:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 80^\circ\text{C}$$

Der Temperaturunterschied von 1°C ist gleich einem Unterschied von 1 K. Deshalb können wir sagen: $\Delta T = 80^\circ\text{C} = 80 \text{ K}$. Als nächstes berechnen die Änderung in Wärme:

$$\Delta Q = mc\Delta T = 2 \text{ kg} \cdot 4180 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1} \cdot 80 \text{ K} = 668800 \text{ J}$$

2. Da wir jetzt ΔQ kennen und auch die Leistung P unseres Kochtopfes bekannt ist, können wir die gesuchte Zeit t ermitteln indem wir ΔQ durch P teilen. Um gleich das Ergebnis in s zu bekommen, schreiben wir die Einheit von P um: $P = 2.2 \text{ kW} = 2200 \text{ W} = 2200 \text{ Js}^{-1}$.

$$\Delta t = \frac{668800 \text{ J}}{2200 \text{ Js}^{-1}} = 304 \text{ s} = \underline{\underline{5 \text{ min } 4 \text{ s}}}$$

Ergebnis einordnen

Unser Ergebnis klingt vernünftig, denn wenn wir zuhause Nudelwasser aufsetzen, braucht es je nach Kochfeld und Topf ca. 3-6 min bis das Wasser anfängt zu kochen.

Rekonstruiere Deine eigene Lösung zu dieser Aufgabe:

Die spezifische Verdampfungsenthalpie von kochendem Wasser ist $\Delta H_V = 2260 \text{ kJ kg}^{-1}$.
Mein Kochtopf liefert 2.2 kW Wärmeenergie an 2 kg bereits kochendes Wasser im Topf.
Wieviel Zeit Δt muss vergehen, bis das Wasser im Topf ganz verschwindet?