

Ableitungsregeln

Aufgaben:

Bestimmen Sie die Ableitungsfunktionen!

1. Die Regel des konstanten Faktors

1.1. $f(x) = 7x^4$

1.2. $f(x) = -8 \cdot \sin(x)$

1.3. $f(x) = 9 \cdot e^x$

1.4. $f(x) = -10 \cdot \ln(x)$

1.5. $f(x) = 11 \cdot 2^x$

2. Die Summenregel

2.1. $f(x) = 2x^2 + 3x - 7$

2.2. $f(x) = 5x^5 + 0,1 \cdot \frac{1}{x} - 3\cos(x)$

2.3. $f(x) = -x^{-1} + 5 \frac{1}{x^5} - 98$

2.4. $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$

3. Die Produktregel

3.1. $f(x) = x^2 \cdot \sin(x)$

3.2. $f(x) = \sqrt{x} \cdot \cos(x)$

3.3. $f(x) = (\sin(x))^2$

3.4. $f(x) = x \cdot e^x$

3.5. $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$

Tipp: $(\sin(x))^2 = \sin(x) \cdot \sin(x)$

Tipp: $\frac{\ln(x)}{x} = \frac{1}{x} \cdot \dots$

4. Die Kettenregel

4.1. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

4.2. $f(x) = \sin(2x - 3)$

4.3. $f(x) = (\cos(x))^2$

4.4. $f(x) = \sqrt{e^x}$

4.5. $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3}$

4.6. $f(x) = \frac{1}{3} \cdot (1 + \ln(x))^3$

4.7. $f(x) = \sqrt{\sin(x^2)}$

4.8. (wird fortgesetzt)

Hinweis: zwei Mal Nachdifferenzieren!

Lösungen

1. Die Regel des konstanten Faktors

$$1.1. f'(x) = 28x^3$$

$$1.2. f'(x) = -8 \cdot \cos(x)$$

$$1.3. f'(x) = 9 \cdot e^x$$

$$1.4. f'(x) = -10 \cdot \frac{1}{x} = -\frac{10}{x}$$

$$1.5. f'(x) = 11 \cdot \ln(2) \cdot 2^x$$

2. Die Summenregel

$$2.1. f'(x) = 4x + 3$$

$$2.2. f'(x) = 25x^4 - 0,1 \cdot \frac{1}{x^2} + 3\sin(x)$$

$$2.3. f'(x) = \frac{1}{x^2} - 25 \frac{1}{x^6}$$

$$2.4. f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{4(\sqrt{x})^3}$$

3. Die Produktregel

$$3.1. f'(x) = 2x \cdot \sin(x) + x^2 \cdot \cos(x)$$

$$3.2. f'(x) = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \cos(x) - \sqrt{x} \cdot \sin(x)$$

$$3.3. f'(x) = 2 \sin(x) \cdot \cos(x)$$

$$3.4. f'(x) = e^x + x \cdot e^x$$

$$3.5. f'(x) = -\frac{1}{x^2} \cdot \ln(x) + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^2} (1 - \ln(x)) \quad (\text{geht mit der Quotientenregel})$$

4. Die Kettenregel

$$4.1. f'(x) = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \cdot 2x$$

$$4.2. f'(x) = 2 \cos(2x - 3)$$

$$4.3. f'(x) = -2 \cos(x) \sin(x)$$

$$4.4. f'(x) = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{e^x}} e^x$$

$$4.5. f'(x) = -2 \frac{1}{(x^2+3)^2} \cdot x$$

$$4.6. f'(x) = (1 + \ln(x))^2 \cdot \frac{1}{x}$$

$$4.7. f'(x) = \frac{1}{2} \frac{1}{\sin(x^2)} \cdot \cos(x^2) \cdot 2x$$